

Borsa İstanbul’ da Volatilite Davranışı: ARCH-GARCH Modelleriyle Ampirik Bir Analiz

Muhammed Hanifi Van¹

Özet

Bu çalışma, Borsa İstanbul 100 (BIST 100) endeksine ait günlük getiri serisinin volatilite yapısını, ARCH–GARCH ailesine ait modeller kullanarak incelemektedir. Analiz, endeksin kapanış fiyatlarından elde edilen logaritmik günlük getiri serilerine dayanmaktadır. Tanımlayıcı istatistikler, getiri serisinin normal dağılım göstermediğini ve kalın kuyruklu bir yapıya sahip olduğunu ortaya koymaktadır. Zaman serisinin durağanlık özellikleri Augmented Dickey-Fuller (ADF) ve Phillips-Perron (PP) birim kök testleri ile sınanmış ve serinin durağan olduğu doğrulanmıştır. Ortalama denkleminin belirlenmesi amacıyla alternatif ARMA modelleri tahmin edilerek karşılaştırılmış ve Akaike Bilgi Kriteri (AIC) temelinde MA(1) modeli en uygun yapı olarak seçilmiştir. Tanısal test sonuçları, artık terimlerde seri korelasyon ve anlamlı ARCH etkilerinin varlığını ortaya koyarak koşullu değişen varyans modellerinin uygulanmasını gerekli kılmıştır. Volatilite daha sonra ARCH, GARCH, ARCH-M, EGARCH ve T-GARCH modelleri kullanılarak modellenmiştir. Elde edilen bulgular, simetrik volatilite yapısının ARCH modeli tarafından daha iyi yakalandığını; asimetrik volatilite ve kaldıraç etkilerinin ise EGARCH modeli tarafından daha etkin biçimde açıklandığını göstermektedir. Genel olarak sonuçlar, BIST 100 endeksinde volatilitenin asimetrik bir davranış sergilediğini ve volatilite modeli seçiminde getiri sürecinin temel özelliklerinin dikkate alınması gerektiğini ortaya koymaktadır.

1 Doç. Dr., Van Yüzüncü Yıl Üniversitesi İİBF, Ekonometri Bölümü, hanifivan@yyu.edu.tr, <https://orcid.org/0000-0001-6093-011X>

1. Giriş

Finansal ekonomide volatilité, varlık fiyatlarının zamana bağılı değişim hızını ifade eden merkezi bir kavram olup hem belirsizliğin ölçümünde hem de piyasa riskinin modellenmesinde kritik bir rol üstlenmektedir. Finansal zaman serilerinde görülen volatilité kümelenmesi, şokların kalıcılığı ve piyasalardaki asimetrik tepkiler gibi özellikler, geleneksel varyans yaklaşımlarını yetersiz kılmakta ve daha esnek modellere ihtiyaç duyulduğunu göstermektedir. Bu çerçevede ARCH (Engle, 1982) ve GARCH (Bollerslev, 1986) modelleri volatilitenin dinamik yapısını yakalamaya yönelik en yaygın kullanılan araçlar hâline gelmiş; özellikle gelişmekte olan piyasalarda volatilité tahmini ve risk yönetimi çalışmaları temel bileşeni olmuştur.

Türkiye’nin en geniş kapsamlı piyasa göstergesi olan Borsa İstanbul 100 (BIST 100) endeksi, yüksek işlem hacmi ve piyasa derinliği sayesinde hem yerel ekonomik koşulların hem de uluslararası finansal dalgalanmaların etkilerini güçlü bir şekilde yansıtmaktadır. Endeksin volatilitésinin modellenmesi, yatırımcı davranışlarının, bilgi akışının ve makroekonomik duyarlılığın anlaşılması açısından büyük önem taşımaktadır. Ancak mevcut literatür incelendiğinde, Borsa İstanbul üzerine yapılan çalışmaların çoğunun temel GARCH modelleriyle sınırlı olduğu, volatilité ile beklenen getiri etkileşimini açıklayan GARCH-M modeli veya olumlu ve olumsuz şokların etkilerini ayıran asimetrik TGARCH modellerinin sistematik biçimde ele alınmadığı görülmektedir. Bu durum, özellikle gelişmekte olan piyasalarda volatilitenin çok boyutlu yapısını değerlendirmeye yönelik önemli bir araştırma boşluğuna işaret etmektedir.

Bu çalışma, söz konusu boşluğu gidermek amacıyla BIST 100 endeksinin günlük kapanış fiyatları üzerinden volatilité dinamiklerini ARCH, GARCH, GARCH-M ve TGARCH modelleri kapsamında incelemektedir. Çalışmanın özgünlüğü, volatilitenin hem geçmiş şoklara duyarlılığını hem de asimetrik bilginin piyasa davranışları üzerindeki etkilerini bütüncül bir şekilde değerlendirmesinden kaynaklanmaktadır. Böylece volatilitenin yapısal özelliklerinin gelişmekte olan bir piyasa bağlamında nasıl şekillendiğine dair daha kapsamlı bir teorik ve metodolojik anlayış sunulmaktadır.

Bu çalışmanın devamında, Literatür taraması ikinci bölümünde finansal volatilitéye ilişkin kuramsal ve ampirik çalışmaları özetlenmektedir; Veri ve metodoloji üçüncü bölümünde kullanılan veri seti, değişken tanımları ve ARCH-GARCH’ a ait modeller ayrıntılı biçimde açıklanmaktadır; Ampirik bulgular dördüncü bölümünde tahmin sonuçları ve model karşılaştırmaları şeklinde sunulmaktadır; Sonuç ve tartışmada ise beşinci bölümünde bulgular

değerlendirilerek politika ve gelecek araştırmalara yönelik çıkarımlar ortaya konulmaktadır.

2. Literatür

Finansal zaman serilerindeki volatilité dinamiklerinin modellenmesine ilişkin literatür, özellikle gelişmekte olan piyasalarda GARCH ailesi modellerinin performansını değerlendiren çalışmalarla oldukça zengindir. Çeşitli araştırmalar, bu piyasalarda volatilitenin asimetrik şoklar, kaldıraç etkisi ve kalın kuyruk davranışı gibi belirgin özellikler içerdiğini ve bu yapıların asimetrik GARCH modelleriyle daha iyi yakalandığını göstermektedir (Pasha vd., 2007; Kanasro vd., 2009; Dhamija, 2010). Nitekim Pasha vd., (2007) GJR, GARCH, APARCH ve EGARCH modellerinin farklı dağılımlar altında kısa ve uzun vadeli öngörü gücünü sınarken, Dhamija (2010) hem hisse senedi hem de döviz piyasasında IGARCH ve TGARCH modellerinin üstünlüğünü vurgulamıştır. Ortalama sürecinin doğru modellenmesinin önemine dikkat çeken Chand vd., (2012) ise ARIMA modellerinin artıklarındaki heteroskedastisiteyi GARCH yapılarının başarıyla açıkladığını göstermiştir. Bu erken dönem bulgular, volatilité kümelenmesi, kalın kuyruk ve asimetrik tepkilerin gelişmekte olan piyasalarda yapısal bir özellik taşıdığını doğrulamaktadır.

Döviz kuru piyasasında gerçekleştirilen çalışmalar da GARCH ailesi modellerinin tahmin performansını geniş bir çerçevede ele almış ve genellikle GARCH, TARCH ve EGARCH yapılarının hem örnek içi hem örnek dışı tahminlerde başarılı sonuçlar verdiğini ortaya koymuştur (Alam ve Rahman, 2012; Alam vd., 2013; Almisshal ve Emir, 2021). Alam ve Rahman (2012) ve Alam vd., (2013), BDT/USD kuru için geçmiş volatilitenin güncel volatilitéyi anlamlı şekilde açıkladığını ve özellikle TARCH ile EGARCH modellerinin işlem maliyetleri dikkate alınmadığında üstün performans sergilediğini raporlamış; Almisshal ve Emir (2021) ise USD/TRY için GJR-GARCH ve GARCH modellerini, EUR/TRY için PGARCH modelini en uygun yapılar olarak belirlemiştir. Benzer eğilimler hisse senedi piyasalarında da gözlenmiş; Türkiye, Suudi Arabistan, Ürdün, Malezya, İngiltere ve Nijerya piyasalarında yürütülen çalışmalar volatilité kümelenmesi, leptokurtosis, uzun hafıza ve asimetrik şok etkilerinin GARCH, TGARCH ve EGARCH modelleriyle başarılı şekilde temsil edildiğini göstermiştir (Gökbulut ve Pekkaya, 2014; Alam vd., 2013; Omar ve Halim, 2015; Dana, 2016; Ekong ve Onye, 2017). Özellikle kriz dönemlerinde EGARCH modellerinin kaldıraç etkisini ve negatif şokların baskınlığını daha doğru yakaladığı belirtilmiştir. Firma düzeyindeki nadir uygulamalardan biri olan Al Marashi vd., (2018) ise GARCH (1,1) modelinin hisse bazlı risk ölçümünde de başarılı bir yapı sunduğunu göstermiştir.

Literatürde son dönemde volatilite tahmininin enerji ve emtia piyasalarına, makro-finance göstergelere ve küresel risk endekslerine doğru genişlediği görülmektedir. Brent ve WTI piyasalarında yapılan çalışmalar, OVX endeksinin volatiliteyi öngörmekte güçlü bir rol oynadığını ve GJR-GARCH modellerinin şok dönemlerinde daha yüksek tahmin performansı sergilediğini ortaya koymuştur (Zhang vd., 2023). Altın piyasasında ise EGARCH modelinin negatif şokların kalıcılığını başarıyla yakalayarak yatırımcı risk algısını doğru biçimde yansıttığı belirlenmiştir (Madžar ve Mirjanić, 2023). Volatileti makro-finance bağlamda ele alan araştırmalar, sermaye, likidite ve bilanço yapıları arasında uzun dönemli ilişkilerin mevcut olduğunu göstermiş (Lupekesa vd., 2022) ve küresel risk göstergeleri içinde GFSP’nin hisse senedi piyasası volatilesini öngörmekte VIX, USEPU, GEPU ve GPR gibi yaygın endekslerden daha üstün olduğunu ortaya koymuştur (Liang vd., 2023). Bu çalışmalar genel olarak, volatilitenin hem finansal zaman serilerinin iç dinamiklerinden hem de küresel belirsizlik koşullarından etkilendiğini ve farklı GARCH türevlerinin bu yapıları modellemede esnek ve güçlü araçlar sunduğunu göstermektedir.

3. Metodolojik Çerçeve ve Kullanılan Ekonometrik Yöntemler

3.1. Getiri Serisi

Finansal zaman serilerinde fiyat seviyeleri genellikle durağan olmayan bir yapı sergilediğinden, analizler doğrudan fiyatlar yerine logaritmik getiri serileri üzerinden yürütülmektedir. Bu çalışmada BIST 100 endeksine ait günlük kapanış fiyatlarından eşitlik 3.1’de ki şekilde logaritmik getiri serisi elde edilmiştir:

$$r_t = 100 \times (\ln P_t - \ln P_{t-1}) \quad (3.1)$$

Burada P_t , t dönemindeki kapanış fiyatını, r_t ise yüzde cinsinden logaritmik getiriyi ifade etmektedir. Logaritmik dönüşüm, getirilerin sürekli bileşik getiri özelliğini yansıtmasının yanı sıra varyansın istikrara kavuşturulmasına katkı sağlamaktadır.

3.2. Durağanlık Analizi: Birim Kök Testleri

Zaman serisi analizlerinde sahte regresyon sorunundan kaçınmak için serilerin durağanlık özelliklerinin belirlenmesi gerekmektedir. Bu amaçla çalışmada Augmented Dickey-Fuller (ADF) ve Phillips-Perron (PP) birim kök testleri kullanılmıştır.

3.2.1. Augmented Dickey-Fuller (ADF) Testi

ADF testi eşitlik 3.2' de ki regresyon denklemi üzerinden uygulanmaktadır:

$$\Delta y_t = \alpha + \beta t + \gamma y_{t-1} + \sum_{i=1}^k \delta_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (3.2)$$

Burada:

Δ fark operatörünü,

t deterministik trendi,

ε_t beyaz gürültü hata terimini göstermektedir.

Testin sıfır hipotezi: $H_0 : \gamma = 0$ (seri birim kök içerir). Alternatif hipotez ise serinin durağan olduğunu ifade etmektedir. Bulgular, getiri serisinin seviye değerinde durağan olduğunu ve birim kök içermediğini göstermiştir.

3.2.2. Phillips-Perron (PP) Testi

PP testi, ADF testine benzer bir yapı izlemekle birlikte, hata terimlerindeki otokorelasyon ve değişen varyans sorunlarını parametrik olmayan biçimde düzeltmektedir. Test istatistiği eşitlik 3.3' te tanımlanmaktadır:

$$Z_t = t_\gamma - \frac{\hat{\sigma}^2 - \hat{s}^2}{2\hat{s}^2} \quad (3.3)$$

ADF ve PP testlerinden elde edilen tutarlı sonuçlar, serinin ARMA ve ARCH-GARCH modellerine doğrudan uygulanabilir olduğunu teyit etmektedir.

3.3. Ortalama Denkleminin Belirlenmesi: ARMA Modelleri

Volatilite modellemesine geçilmeden önce, zaman serisinin koşullu ortalamasını temsil edecek uygun yapının belirlenmesi gerekmektedir. Bu amaçla, zaman serisi analizinde yaygın biçimde kullanılan Otoregresif Hareketli Ortalama (ARMA) modellerinden yararlanılmaktadır. ARMA modelleri, serinin geçmiş değerleri ile geçmiş dönem hata terimlerinden kaynaklanan dinamikleri birlikte dikkate alarak ortalama davranışını tanımlamaktadır.

Durağan bir zaman serisi için p dereceden otoregresif süreç AR(p) aşağıdaki şekilde ifade edilmektedir:

$$Y_t = \delta + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t \quad (3.4)$$

Benzer şekilde, q dereceden hareketli ortalama süreci **MA(q)**

$$Y_t = \mu + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \cdots + \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (3.5)$$

biçiminde tanımlanmaktadır. Bu iki yapının birleştirilmesiyle elde edilen ARMA(p, q) modeli, zaman serisinin koşullu ortalama dinamikleri genel formda

$$Y_t = \delta + \phi_1 Y_{t-1} + \cdots + \phi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \cdots + \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (3.6)$$

şeklinde temsil etmektedir.

Eğer analiz edilen seri durağan değilse, uygun derecede fark alınarak durağanlık sağlanmakta ve model ARIMA yapısına genişletilmektedir. Bu durumda ARIMA(p, d, q) modeli, farkı alınmış seri üzerinden tanımlanmakta ve model derecelerinin belirlenmesinde otokorelasyon, kısmi otokorelasyon fonksiyonları ile birlikte bilgi kriterlerinden yararlanılmaktadır. Alternatif modeller arasından en uygun yapı, genellikle Akaike Bilgi Kriteri (AIC) esas alınarak seçilmektedir (Box & Jenkins, 1976; Akaike, 1974; Boran, 2014; Sözen et al., 2021).

3.4. Volatilite Modellemeleri

Finansal piyasalardaki oynak davranış volatilite olarak adlandırılmaktadır. Volatilite, çok dönemli portföy seçimi, risk yönetimi ve türev fiyatlaması gibi finansal mühendisliğin farklı alanlarında önemli bir kavramdır. Ayrıca birçok varlık fiyatlama modeli, volatilite tahminlerini basit bir risk ölçüsü olarak kullanmaktadır. Volatilite genellikle standart sapma veya varyans ile ölçülmektedir (Daly, 2008).

Değişen varyans yapısını modellemeye yönelik ilk sistematik yaklaşım, Engle (1982) tarafından geliştirilen Otoregresif Koşullu Değişen Varyans (ARCH) modelidir. ARCH çerçevesinde, ortalama denklemini aşağıdaki şekilde tanımlanmaktadır:

$$y_t = \mu + \varepsilon_t, \varepsilon_t = \sigma_t z_t, \quad z_t \sim \text{i.i.d. } N(0,1) \quad (3.7)$$

Burada σ_t^2 , hata teriminin koşullu varyansını ifade etmektedir. ARCH(q) modelinde koşullu varyans denklemi şu biçimde yazılır:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 = \omega + \alpha(L) \varepsilon_t^2 \quad (3.8)$$

Varyansın pozitif tanımlı olması nedeniyle model parametreleri için $\omega > 0$ ve $\alpha_i > 0$ koşulları sağlanmalıdır.

Orijinal ARCH modelinin geliştirilmesinden bu yana, bu modelin çeşitli uzantıları üzerine kapsamlı çalışmalar yapılmış olup, bunlar arasında GARCH (Bollerslev, 1986), EGARCH (Nelson, 1991), GJR-GARCH (Glosten, Jagannathan ve Runkle, 1993) ve GARCH- modelleri en sık kullanılanlar arasındadır.

Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans modeli olan GARCH(p, q), mevcut koşullu varyansın hem geçmiş koşullu varyanslara hem de geçmiş hata terimlerinin karelerine bağlı olmasına izin vererek ARCH modelinin genelleştirilmiş bir biçimini sunmaktadır. GARCH(p, q) modeli aşağıdaki şekilde ifade edilmektedir:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^p a_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^q b_i \sigma_{t-i}^2 \quad (3.9)$$

Burada ω , a_i , b_i , p ve q negatif olmayan parametrelerdir. z_t , sıfır ortalamalı ve birim varyanslı, bağımsız ve özdeş dağılmış (i.i.d.) rassal değişkenler dizisini göstermektedir. Tanım gereği, ε_t sıfır ortalamalı ve seri olarak korelasyonsuz bir dizidir; σ_t^2 ise koşullu varyansı ifade etmektedir. Koşullu varyansın gecikmeli değerlerinin modele dâhil edilmesi, ARCH modeline kıyasla gerekli parametre sayısını azaltmaktadır. Bununla birlikte, ARCH ve GARCH modelleri getirilerde gözlenen asimetric davranışı yakalamakta yetersiz kalmaktadır.

Fiyat değişimlerinin koşullu varyans üzerindeki kaldıraç etkisini dikkate almak amacıyla Üstel Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans (EGARCH) modeli Nelson (1991) ve Nelson ve Cao (1992) tarafından önerilmiştir. Bu durum, büyük fiyat düşüşlerinin volatilité üzerinde büyük fiyat artışlarına kıyasla daha güçlü bir etkiye sahip olabileceği anlamına gelmektedir. EGARCH modeli aşağıdaki şekilde ifade edilmektedir:

$$\log \sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^p b_i \log \sigma_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^q a_i \frac{|\varepsilon_{t-i}|}{\sigma_{t-i}} + \sum_{i=1}^q c_i \frac{\varepsilon_{t-i}}{\sigma_{t-i}} \quad (3.10)$$

Bu modelde, koşullu varyansın pozitifliğini sağlamak için parametreler üzerine herhangi bir kısıt getirilmesine gerek yoktur.

Getirilerin asimetric yapısını yakalamaya yönelik bir diğer model GJR-GARCH modelidir. Bu model, Zakoian (1994) tarafından önerilen TGARCH ve Engle (1990) tarafından geliştirilen AGARCH modelleriyle yakından ilişkilidir. Glosten et al. (1993) tarafından geliştirilen GJR modeli, koşullu

varyansın geçmiş pozitif ve negatif şoklara farklı tepkiler vermesine olanak tanımaktadır. GJR(p, q) modeli aşağıdaki şekilde yazılmaktadır:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^p b_i \sigma_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^q a_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^q c_i S_{t-i} \varepsilon_{t-i}^2 \quad (3.11)$$

Burada $S_{t-i} = 1$ eğer $\varepsilon_{t-i} < 0$ ise, aksi durumda $S_{t-i} = 0$ olarak tanımlanmaktadır. Modelin iyi tanımlı olması için aşağıdaki koşulların sağlanması gerekmektedir:

$$\sum a_i + \sum b_i + \frac{1}{2} \sum c_i < 1, \omega \geq 0, a_i \geq 0, b_i \geq 0, a_i + c_i \geq 0 \quad (3.12)$$

Finans literatüründe birçok klasik yaklaşım, bir zaman serisinin ortalama davranışının, o seriye ilişkin belirsizlik veya volatilite düzeyinden etkilenebileceğini öne sürmektedir. Bu ilişki, Engle, Lilien ve Robins (1987) tarafından ARCH çerçevesi içerisinde açık biçimde modellenmiştir.

ARCH-in-Mean (ARCH-M) yaklaşımında, koşullu varyans (ya da onun bir fonksiyonu) ortalama denkleme doğrudan dâhil edilmektedir. Bu durumda ortalama denklemi şu şekilde yazılmaktadır:

$$y_t = \mu + \beta x_t + \delta \sigma_t^2 + \varepsilon_t \quad (3.14)$$

Burada δ , volatilitenin ortalama üzerindeki etkisini ölçen parametredir. Finansal uygulamalarda bu terim çoğunlukla risk primi olarak yorumlanmaktadır. Bazı uygulamalarda koşullu varyans yerine koşullu standart sapma σ_t da ortalama denkleme dâhil edilebilmektedir.

ARCH-M yapısında koşullu varyans denklemi, standart GARCH(p, q) formunu korumaktadır:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (3.15)$$

Bu yapı sayesinde, volatilitenin yalnızca varyans dinamikleri üzerindeki etkisi değil, aynı zamanda ortalama süreç üzerindeki doğrudan etkisi de birlikte modellenebilmektedir. Böylece belirsizlik-getiri ilişkisi, ARCH-M çerçevesinde açık biçimde analiz edilebilmektedir.

3.5. Model Karşılaştırması ve Seçim Kriterleri

Bu çalışmada volatilité modellerinin performansı hem bilgi kriterleri hem de tanısıl test sonuçları birlikte dikkate alınarak değérlendirilmiştir. Bu yaklaşım, yalnızca istatistiksel uyumu değıl, aynı zamanda modelin hata terimlerinin davranışını ve volatilité yapısını ne ölçüde doğru temsil ettiğini de göz önünde bulundurmaktadır. Bu kapsamda modellerin karşılaştırılmasında başlıca üç kriter kullanılmıştır: AIC, Schwarz Bilgi Kriteri (SC) ve ARCH etkisinin giderilip giderilmediğı. AIC, modelin veri setine uyumunu model karmaşıklığı ile dengeleyen bir ölçüt olup eşitlik 3.12' de tanımlanmaktadır.

$$AIC = -2\ln(L) + 2k \quad (3.16)$$

Burada L maksimum olabilirlik değérini, k ise modelde tahmin edilen parametre sayısını ifade etmektedir. AIC, daha fazla parametre içeren modelleri cezalandırmakla birlikte, veri uyumuna görece daha fazla ağırlık verdiğı için özellikle finansal zaman serilerinde esnek model yapılarının değérlendirilmesinde yaygın olarak kullanılmaktadır. Bu çalışmada AIC değérlerinin karşılaştırılması, ARCH ve EGARCH modellerinin diğér alternatiflere kıyasla daha üstün performans sergilediğini göstermiştir.), AIC' ye benzer bir yapıya sahip olmakla birlikte model karmaşıklığını daha güçlü biçimde cezalandırmaktadır ve eşitlik 3.17' te tanımlanmaktadır.

$$SC = -2\ln(L) + k\ln(n) \quad (3.17)$$

Burada n gözlem sayısını temsil etmektedir. SC, özellikle daha sade modellerin tercih edilmesini teşvik etmekte ve aşırı uyum riskini azaltmaktadır. Elde edilen bulgular, özellikle EGARCH modelinin SC açısından en düşük değérlere sahip olduğunu, dolayısıyla asimetrik volatilité yapısını daha etkin ve ekonomik biçimde yakaladığını ortaya koymaktadır. Bununla birlikte, bilgi kriterlerine dayalı değérlendirme tek başına yeterli görülmemiş; modellerin hata terimlerinde ARCH etkisinin giderilip giderilmediğı ayrıca test edilmiştir. Bir volatilité modelinin temel amaçlarından biri, artık terimlerde gözlenen koşullu değışen varyans yapısını ortadan kaldırmaktır. Bu nedenle her bir model tahmin edildikten sonra yeniden ARCH testi uygulanmış ve aşağıdaki sıfır hipotezi sınanmıştır: H_0 :Artık terimlerde ARCH etkisi yoktur . Test sonuçları, ARCH, ARCH-M, EGARCH ve T-GARCH modellerinin ARCH etkisini başarıyla ortadan kaldırdığını; buna karşılık GARCH modelinde ARCH etkisinin devam ettiğini göstermiştir. Bu bulgu, GARCH modelinin bu veri seti için volatilité dinamiklerini yeterince açıklayamadığını ve hata varyansını tam anlamıyla modelleyemediğini ortaya koymaktadır.

Bu kriterler birlikte değérlendirildiğinde, simetrik volatilité yapısının baskın olduğu durumlarda ARCH modelinin hem bilgi kriterleri hem de tanısıl testler

açısından en uygun yapı olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Öte yandan, negatif ve pozitif şokların volatilité üzerindeki etkilerinin farklılaştığı, yani asimetrik volatilité ve kaldıraç etkisinin söz konusu olduğu durumlarda, EGARCH modelinin hem teorik üstünlüğü hem de ampirik performansı ile öne çıktığı görülmektedir. Dolayısıyla model seçimi, yalnızca en düşük bilgi kriterine dayalı mekanik bir tercih değil; volatilitenin doğasına ilişkin ekonomik yorumlarla birlikte ele alınması gereken çok boyutlu bir süreç olarak değerlendirilmiştir.

4. Bulgular

Finansal piyasalar, ekonomik birimler arasında fon aktarımını sağlayarak kaynakların etkin kullanımına katkıda bulunan yapılardır; bu piyasalar içinde borsalar, menkul kıymetlerin organize ve şeffaf bir ortamda işlem gördüğü kurumsal mekanizmalar olarak öne çıkar. BIST 100, Türkiye sermaye piyasalarının merkezi konumunda olup pay piyasası, borçlanma araçları, türev ürünler ve kıymetli madenler gibi çeşitli piyasa segmentlerini bünyesinde barındırmakta; yüksek likiditesi sayesinde BIST 100 endeksi hem yatırımcı davranışlarını hem de makroekonomik gelişmeleri yansıtan temel gösterge niteliği taşımaktadır. Finansal sistemin önemli bir bileşeni olan döviz piyasalarında ise kaldıraç, yatırımcıya sahip olduğu sermayenin katbekat üzerinde pozisyon açma imkânı sunarken, teminat bu pozisyonun sürdürülebilmesi için gerekli özkaynak tutarını ifade eder; lot ise işlem hacminin standart birimidir. Bunun yanında, alış/satış fiyatı farkını temsil eden spread, işlem maliyetinin ve piyasa likiditesinin belirlenmesinde kritik rol oynar. Bu kavramlar, finansal piyasaların risk yapısını, fiyat oluşum mekanizmalarını ve yatırımcı davranışlarını doğrudan etkilediğinden, volatilité analizlerinin teorik temelini oluşturmakta ve çalışmada kullanılan ARCH-GARCH tipi modellerle incelenen piyasa dinamiklerinin anlaşılmasına katkı sağlamaktadır.

Bu çalışmada, BIST 100 endeksinin volatilité yapısını incelemek amacıyla 2 Ocak 2024-27 Aralık 2024 dönemine ait günlük kapanış fiyatları Türkiye Cumhuriyet Merkez Bankası (TCMB) veri portalından temin edilmiştir. Öncelikle kapanış fiyatlarının zaman yolu grafiği çizilerek serinin genel eğilimi ve dalgalanmaları gözlemlenmiş, ardından logaritmik getiri serisi eşitlik 4.1 ile hesaplanmıştır:

$$\text{BIST100}_t = 100 \times [\ln(\text{BIST100}_t) - \ln(\text{BIST100}_{t-1})] \quad (4.1)$$

Bu dönüşüm hem serinin varyansını stabilize etmekte hem de yüzdesel değişimlerin daha doğru temsil edilmesini sağlamaktadır. Tablo 4.1’deki tanımlayıcı istatistikler, BIST 100 getiri serisinin finansal zaman serilerine özgü belirgin özellikler taşıdığını göstermektedir. Ortalama getirinin 0.001247 gibi oldukça düşük bir pozitif seviyede olması, endeksin analiz döneminde sınırlı

fakat istikrarlı bir yükseliş eğilimi gösterdiğini ima etmektedir. Minimum -0.0600 ve maksimum 0.0420 değerleri ise günlük getirilerde %6' ya varan kayıplar ve %4' ü aşan yükselişlerin görüldüğünü, yani piyasanın haber akışına karşı oldukça duyarlı olduğunu ortaya koymaktadır. Standart sapmanın 0.0131 gibi tipik bir finansal oynaklık düzeyinde gerçekleşmesi, serinin dalgalı yapısını desteklemektedir. Negatif çarpıklık değeri (-0.57), negatif getirilerin pozitiflere kıyasla daha sık yaşandığını; yüksek basıklık değeri (5.07) ise uç değer olasılığının normal dağılımdan çok daha yüksek olduğunu göstermektedir. Jarque-Bera testinin $p = 0.0000$ ile anlamlı çıkması, serinin normal dağılıma uymadığını doğrulamakta ve volatilité modellemesi için daha gelişmiş ARCH-GARCH türü modellere ihtiyaç olduğunu göstermektedir.

Tablo4.1. Tanımlayıcı İstatistikler

Tanımlayıcı İstatistikler	Bist 100 Fiyat	Bist 100 Dönüş
Ortalama	33769.45	0.001247
Medyan	34186.44	0.002010
Maksimum	36561.60	0.042004
Minimum	27235.77	-0.060035
Standart Sapma	1975.157	0.013112
Çarpıklık	-1.017483	-0.570197
Basıklık	3.752949	5.073291
Jarque-Bera	47.08015	55.99032
Olasılık	0.000000	0.000000
Toplam	8104667.	0.299359
Toplam Karesel Sapma	9.32E+08	0.041091
Gözlemler	240	240

Tablo 4.2' de yer alan ACF ve PACF değerleri, BIST 100 getiri serisinin zaman bağımlılığını ortaya koymaktadır. İlk gecikmede gözlenen 0.152 düzeyindeki otokorelasyon katsayısı (Q-istatistiği = 5.584, $p = 0.018$) seride zayıf fakat istatistiksel olarak anlamlı bir kısa dönem bağımlılığı bulunduğunu göstermektedir. Bu durum, getirilerin tamamen rastgele bir süreç izlemediğini ve yakın geçmişin bugünkü değerler üzerinde sınırlı bir etkisi olduğunu işaret etmektedir. Ayrıca 5., 8., 10. ve 25. gecikmelerde görülen anlamlı ACF ve PACF katsayıları, serinin belirli aralıklarla tekrarlayan yapılar veya şok temelli örüntüler içerdiğine işaret etmektedir. Yüksek gecikmelerdeki Q-istatistiklerinin anlamlı çıkması, “seride hiçbir otokorelasyon yoktur” şeklindeki sıfır hipotezinin reddedilmesine yol açmakta; bu da serinin tamamen beyaz gürültü yapısına sahip olmadığını göstermektedir. Bu bulgular, serinin ARMA tabanlı bir

ortalama denkleminde ihtiyaç duyduğunu ve volatilité modellemesine geçmeden önce bu yapının doğru biçimde belirlenmesi gerektiğini ortaya koymaktadır.

Tablo 4.2. Otokorelasyon (ACF) ve kısmi korelasyon (PACF) değerleri

ACF	PACF	Lag	AC	PAC	Q-istatistik	p
. *	. *	1	0.152	0.152	5.5840	0.018
. .	. .	2	-0.021	-0.045	5.6887	0.058
* .	* .	3	-0.088	-0.079	7.5674	0.056
. .	. .	4	-0.039	-0.014	7.9387	0.094
. *	. *	5	0.174	0.183	15.393	0.009
. .	. .	6	0.054	-0.010	16.110	0.013
. *	. *	7	0.081	0.079	17.730	0.013
. *	. *	8	0.094	0.105	19.955	0.011
. .	. .	9	-0.018	-0.030	20.033	0.018
. *	. *	10	0.109	0.110	23.054	0.011
. .	. .	11	0.018	0.000	23.138	0.017
. .	. .	12	0.049	0.032	23.758	0.022
. .	* .	13	-0.033	-0.071	24.031	0.031
. .	. *	14	0.060	0.097	24.948	0.035
. .	. .	15	0.054	-0.018	25.698	0.041
. .	. .	16	0.008	-0.013	25.715	0.058
* .	* .	17	-0.070	-0.091	26.985	0.058
. .	. .	18	-0.043	-0.017	27.467	0.071
. .	. .	19	-0.038	-0.064	27.836	0.087
. .	. .	20	0.020	-0.005	27.939	0.111
. .	. .	21	0.023	0.010	28.081	0.138
. .	. .	22	-0.026	-0.053	28.260	0.167
. .	. .	23	-0.039	-0.005	28.666	0.192
. .	. .	24	0.031	0.057	28.921	0.223

Tablo 4.3’ te sunulan Augmented Dickey-Fuller (ADF) birim kök testi sonuçları, BIST 100 getiri serisinin durağanlık özelliklerini değerlendirmek amacıyla üç farklı model spesifikasyonu altında incelenmiştir: yalnızca sabit içeren model, sabit ve trend içeren model ile sabit ve trend içermeyen model. Tüm spesifikasyonlarda elde edilen test istatistikleri sırasıyla -13.2330, -13.2996 ve -13.1566 olup kritik değerlerin oldukça altında gerçekleşmiştir. Buna bağlı olarak üç modelde de %1 anlamlılık düzeyinde birim kök varlığını ifade eden sıfır hipotezi reddedilmiş ve getiri serisinin seviye değerinde durağan olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Aynı analiz serinin birinci farkı için tekrarlandığında da test istatistiklerinin (-10.99349, -10.97217 ve -10.01668) %1 düzeyinde anlamlı olduğu görülmektedir. Bu sonuçlar, serinin hem seviye değerinde hem de fark değerinde

durağanlık gösterdiğini, dolayısıyla stokastik trend içermediğini ortaya koymaktadır. Kullanılan gecikme uzunlukları SC doğrultusunda belirlenmiş olup, p-değerleri Mackinnon (1996) tarafından önerilen tek yönlü olasılık değerlerine dayanmaktadır. Elde edilen bulgular, getiri serisinin durağan bir yapıya sahip olduğunu ve ARMA ile ARCH-GARCH türü modellere doğrudan uygulanabileceğini doğrulamaktadır.

Tablo 4.3. Birim kök testi sonuçları (ADF)

Sıfır Hipotez: Değişken birim kök içermektedir		
Model	Düzye Değerinde Test İstatistiği	Birinci Farkta Test İstatistiği
Sabit	-13.2330***	-10.99349***
Sabit ve Trendli	-13.2996***	-10.97217***
Sabit ve Trend Yok	-13.1566***	-10.01668***

Notlar: () %10 düzeyinde anlamlı, (**) %5 düzeyinde anlamlı, (***) %1 düzeyinde anlamlıdır. Gecikme uzunluğu SC ile belirlenmiştir. Olasılık değerleri Mackinnon (1996) tek yönlü p-değerlerine dayanmaktadır.*

Tablo 4.4’ te sunulan Phillips-Perron birim kök testi sonuçları, BIST 100 getiri serisinin tüm model spesifikasyonlarında (sabitli, sabitli-trendli ve sabit/trend yok) güçlü biçimde durağan olduğunu göstermektedir. Düzye değerinde elde edilen test istatistikleri (-13.27 ile -13.34 aralığında) %1 anlamlılık düzeyinde birim kök hipotezinin reddedilmesine yol açmaktadır. Birinci fark değerlerinde ise test istatistiklerinin -69 seviyelerinde gerçekleşmesi, serinin çok daha yüksek derecede durağanlık sergilediğini ortaya koymaktadır. Böylece PP testinin bulguları, ADF test sonuçlarını desteklemekte ve getiri serisinin stokastik trend içermediğini; ARMA ile ARCH-GARCH modellerine doğrudan uygulanabilir nitelikte olduğunu doğrulamaktadır.

Tablo 4.4. PP (Phillips-Perron) birim kök testi sonuçları

Sıfır Hipotez: Değişken birim kök içermektedir		
Model	Düzye Değerinde Test İstatistiği	Birinci Farkta Test İstatistiği
Sabit	-13.272***	-69.501***
Sabit ve Trendli	-13.342***	-69.795***
Sabit ve Trend Yok	-13.202***	-69.740***

Notlar: () %10 düzeyinde anlamlı, (**) %5 düzeyinde anlamlı, (***) %1 düzeyinde anlamlıdır. Gecikme uzunluğu SC ile belirlenmiştir. Olasılık değerleri Mackinnon (1996) tek yönlü p-değerlerine dayanmaktadır.*

Tablo 4.5’ te farklı ARMA modellerinin karşılaştırılması, BIST 100 getiri serisinin kısa dönemli yapısına en uygun ortalama denkleme ulaşmayı amaçlamaktadır. Modeller arasında en düşük AIC değerine sahip olan MA (1) modeli (AIC = -5.83024) en iyi performansı göstermektedir. MA (1) modelindeki θ_1 katsayısının istatistiksel olarak anlamlı ($p < 0.01$) olması, getiri serisinin kısa dönemli şokları güçlü biçimde yansıttığını göstermektedir. Alternatif modellerde bazı katsayılar anlamlı olsa da daha yüksek AIC değerleri model karmaşıklığını artırmış ve bu modellerin performansını zayıflatmıştır. Bu nedenle MA (1) modeli, volatilite modellemesinin ortalama denklemi için hem istatistiksel hem de ekonomik açıdan en uygun model olarak belirlenmiştir.

Tablo 4.5. ARMA (p, q) modellerinin karşılaştırılması

ARMA Modelleri	C	$\phi_1(p_1)$	$\phi_2(p_2)$	$\hat{\epsilon}_1(q_1)$	$\hat{\epsilon}_2(q_2)$	AIC
AR (1)	0.0012 (0,0206)	0.15174 (0.0187)	-	-	-	-5.8292
AR (2)	0,0012 (0,1879)	0,1583 (0,0155)	-0,0432 (0,5058)	-	-	-5.822
MA (1)	0.0012 (0,0196)	-	-	0,1567 (0,0151)	-	-5.83024
MA (2)	0.0012 (0.1987)	-	-	0.1573 (0.0162)	0.0024 (0.9705)	-5.8218
ARMA (1,1)	0,0013 (0,1979)	0,0028 (0,9947)	-	0,1549 (0,7069)	-	-5.8218
ARMA (1,2)	0.0012 (0.1961)	-0.6841 (0.6708)	-	0.8401 (0.6028)	0.0947 (0.7441)	-5.8141
ARMA (2,1)	0.0012 (0.2015)	-0.5378 (0.5574)	0.0793 (0.6627)	0.6943 (0.4462)	-	-5.8163
ARMA (2,2)	0.0012 (0.1716)	-0.6896 (0.000)	-0.7878 (0.000)	0.7859 (0.000)	0.9183 (0.000)	-5.8224

*Not: Parantez içindeki değerler standart hatalardır. (***) %1 düzeyinde anlamlı katsayıları göstermektedir.*

Tablo 4.6’ da sunulan Breusch-Godfrey (1978) seri korelasyon testi sonuçları, MA (1) modelinin artık terimlerinde 2 gecikmeye kadar anlamlı seri korelasyon bulunduğunu göstermektedir. Hem F-istatistiği ($p = 0.038$) hem de Obs·R² istatistiği ($p = 0.0358$), %5 anlamlılık düzeyinde sıfır hipotezinin reddedilmesine yol açmakta; bu da model artıklarının bağımsız olmadığını ortaya koymaktadır. Bu bulgu, volatilite modellemesine geçmeden önce hata terimlerindeki bu yapının dikkate alınması gerektiğini ve ARCH türü modellerin kullanımını zorunlu kıldığını göstermektedir.

Tablo 4.6. Breusch-Godfrey (1978) seri korelasyon LM testi

Sıfır Hipotez: Artık terimlerde seri korelasyon yoktur.		
Model: MA (1)		
Test	Test İstatistiği	Olasılık p-değeri
F-İstatistiği	2.530	0.038
Obs-R ²	9.075	0.0358

Not: 2 gecikmeye kadar seri korelasyon test edilmiştir.

Tablo 4.7' de sunulan ARCH testi sonuçları, MA (1) modelinin artık terimlerinde koşullu değişen varyans (ARCH etkisi) bulunduğunu göstermektedir. Hem F-istatistiği ($p = 0.002$) hem de Obs-R² istatistiği ($p = 0.0026$), %1 anlamlılık düzeyinde sıfır hipotezinin reddedilmesine yol açmaktadır. Bu bulgu, hata terimlerinin varyansının zaman içinde sabit olmadığını ve volatilitenin dinamik bir yapı sergilediğini ortaya koymakta; dolayısıyla ARCH-GARCH ailesine ait modellerin uygulanmasının istatistiksel olarak gerekli olduğunu doğrulamaktadır.

Tablo 4.7. ARCH Etkisi Testi Sonuçları

Sıfır Hipotez: Artık terimlerde ARCH etkisi yoktur		
Test	Test İstatistiği	Olasılık p-değeri
F-İstatistiği	9.293	0.002
Obs-R ²	9.016	0.0026

Tablo 4.8' de ARCH, GARCH, ARCH-M, EGARCH ve T-GARCH modellerinin karşılaştırılması sunulmaktadır. Simetrik volatilitiyi açıklamada ARCH modeli hem ortalama hem de varyans denkleminde istatistiksel olarak anlamlı katsayılar üretmiş ve düşük AIC-SC değerleriyle başarılı bir performans sergilemiştir. EGARCH modeli ise en düşük AIC (-5.9066) ve SC (-5.8201) değerlerine sahip olup, volatilitenin asimetrik yapısını ve kaldıraç etkisini en iyi yakalayan model olarak öne çıkmaktadır. GARCH ve T-GARCH modellerinde varyans denklemi katsayılarının istatistiksel olarak anlamsız olması, bu modellerin veri seti için görece zayıf performans sergilediğini göstermektedir.

Tablo 4.8. ARCH-GARCH Ailesi Modellerinin Karşılaştırılması

Model	Ortalama	Varyans	AIC	SC
ARCH	MA (1): 0.1898 (p=0.006)	RESID (-1) ² : 0.1715 (p=0.016)	-5.8469	-5.7757
GARCH	MA (1): 0.1966 (p=0.108)	RESID (-1) ² : 0.15 (p=0.345)	-5.8150	-5.7718
ARCH-M	MA (1): 0.1942 (p=0.0087)	RESID (-1) ² : 0.1812 (p=0.0072)	-5.8469	-5.7730
EGARCH	MA (1): 0.2026 (p=0.000)	RESID (-1) ² : 0.0690 (p=0.000)	-5.9066	-5.8201
T-GARCH	MA (1): 0.2468 (p=0.000)	RESID (-1) ² : 0.0342 (p=0.505)	-5.9030	-5.8165

Not: Parantez içindeki değerler p-değerlerini göstermektedir.

Tablo 4.9’ da sunulan ARCH etkisinin giderilmesine ilişkin test sonuçları, ARCH, ARCH-M, EGARCH ve T-GARCH modellerinin hata terimlerindeki ARCH etkisini başarıyla ortadan kaldırdığını göstermektedir. Buna karşılık GARCH modelinde ARCH etkisinin devam ettiği görülmekte olup, bu modelin volatilitéyi yeterince açıklayamadığı anlaşılmaktadır. Bu bulgular, simetrik volatilité için ARCH modelinin, asimetrik ve kaldıraç etkilerinin söz konusu olduğu durumlarda ise EGARCH modelinin daha uygun olduğunu ortaya koymaktadır.

Tablo 4.9. ARCH Etkisinin Giderilmesine İlişkin Test Sonuçları

Model	ARCH Testi (Ki-kare olasılığı)	ARCH etkisi giderildi mi?
ARCH	0.4826	Evet
GARCH	0.3447	Hayır
ARCH-M	0.6876	Evet
EGARCH	0.2370	Evet
T-GARCH	0.4744	Evet

Veri setindeki simetrik volatilité yapısı hem ortalama hem de varyans denklemlerinde katsayıların istatistiksel olarak anlamlı olması ve ARCH etkisinin başarıyla ortadan kaldırılması nedeniyle ARCH modeli tarafından en iyi şekilde açıklanmaktadır. Ayrıca ARCH modelinin AIC ve SC değerlerinin diğer modellere kıyasla daha düşük olması, bu modelin simetrik volatilitenin modellenmesinde en uygun seçenek olduğunu göstermektedir. Bu bağlamda ARCH modeli, getiri serilerindeki varyasyonları etkili biçimde yakalamakta

ve genel performans açısından en başarılı simetrik volatilité modeli olarak öne çıkmaktadır. Buna karşılık GARCH modeli, varyans denklemi katsayılarının istatistiksel olarak anlamsız olması ve AIC-SC değerlerinin görece yüksek kalması nedeniyle volatilitéyi yeterince açıklayamamakta ve veri seti için uygun bir uyum sergilememektedir.

ARCH-M modeli, ARCH etkisini ortadan kaldırmada başarılı olmasına rağmen, volatilitenin beklenen getiri üzerindeki etkisini temsil eden risk parametresinin istatistiksel olarak anlamsız çıkması nedeniyle volatilité dinamiklerini yeterli düzeyde açıklayamamaktadır. Ortalama denklemde anlamlı sonuçlar elde edilmiş olsa da modelin temel varsayımı olan risk-getiri ilişkisinin desteklenmemesi, ARCH-M modelinin genel performansını sınırlamaktadır. T-GARCH modeli ise kaldıraç etkisini temsil eden kukla değişken katsayısının pozitif ve anlamlı olmasıyla asimetrik etkilere işaret etse de diğer katsayıların istatistiksel olarak anlamsız olması modelin açıklayıcılığını zayıflatmaktadır. ARCH etkisinin giderilmiş olmasına rağmen, T-GARCH modeli volatilitéyi açıklamada EGARCH modeline kıyasla daha sınırlı bir başarı göstermektedir.

Buna karşın EGARCH modeli hem ortalama hem de varyans denklemlerinde katsayıların istatistiksel olarak anlamlı olması sayesinde asimetrik volatilitéyi ve kaldıraç etkisini başarıyla yakalamaktadır. Özellikle negatif şokların pozitif şoklara kıyasla daha yüksek volatilité yarattığını ortaya koyması, finansal piyasalara özgü önemli bir özelliği yansıtmaktadır. Ayrıca EGARCH modelinin SC açısından en iyi performansı sergilemesi ve ARCH etkisini tamamen ortadan kaldırması, bu modeli asimetrik volatilité yapısının açıklanmasında en uygun yaklaşım hâline getirmektedir. Sonuç olarak, simetrik volatilitenin modellenmesinde ARCH modeli, asimetrik volatilité ve kaldıraç etkilerinin yakalanmasında ise EGARCH modeli en uygun seçenekler olarak öne çıkmakta; incelenen volatilité yapısının niteliğine bağlı olarak bu modellerden birinin tercih edilmesi daha sağlıklı ve tutarlı sonuçlar elde edilmesini sağlamaktadır.

5. Sonuç ve Tartışma

Bu çalışmada, BIST 100 endeksine ait günlük getiri serisinin volatilité dinamikleri ARCH-GARCH ailesine ait modeller kullanılarak kapsamlı biçimde analiz edilmiştir. Öncelikle logaritmik getiri serisinin tanımlayıcı istatistikleri, serinin finansal zaman serilerine özgü belirgin özellikler taşıdığını ortaya koymuştur. Ortalama getirinin düşük ancak pozitif olması, endeksin analiz döneminde sınırlı bir yükseliş eğilimi sergilediğini; buna karşılık negatif çarpıklık ve yüksek basıklık değerleri, getirilerin simetrik olmayan ve kalın kuyruklu bir dağılıma sahip olduğunu göstermektedir. Jarque-Bera testinin

anlamlı sonuçları, normal dağılım varsayımının reddedildiğini doğrulamış ve volatilitenin modellenmesinde koşullu değişen varyansı dikkate alan yaklaşımların gerekliliğini ortaya koymuştur.

Getiri serisinin zaman bağımlılığı ACF ve PACF analizleriyle incelendiğinde, özellikle ilk gecikmede ve bazı daha yüksek gecikmelerde istatistiksel olarak anlamlı otokorelasyon yapıları tespit edilmiştir. Bu bulgu, BIST 100 getirilerinin tamamen rastgele bir süreç izlemediğini ve kısa dönemli şokların sınırlı da olsa kalıcılık sergilediğini göstermektedir. ADF ve PP birim kök testleri ise serinin seviye değerinde durağan olduğunu açık biçimde ortaya koymuş; böylece ARMA ve ARCH-GARCH modellerinin uygulanabilirliği istatistiksel olarak teyit edilmiştir. Ortalama denkleminin ilişkin model seçiminde MA (1) yapısının en düşük AIC değerine sahip olması, kısa dönemli şokların getiriler üzerindeki etkisinin hareketli ortalama bileşeniyle daha iyi temsil edildiğini göstermiştir.

MA (1) modeline uygulanan tanısal testler, artık terimlerde hem seri korelasyon hem de güçlü ARCH etkisinin varlığını ortaya koymuştur. Bu sonuç, klasik doğrusal zaman serisi modellerinin varyans dinamiklerini açıklamakta yetersiz kaldığını ve volatilitenin zamanla değişen bir yapı sergilediğini açık biçimde göstermektedir. Bu bağlamda ARCH-GARCH ailesine ait modellerin kullanılması metodolojik açıdan zorunlu hâle gelmiştir. Kurulan volatilité modelleri karşılaştırıldığında, simetrik volatilité yapısının ARCH modeli tarafından başarıyla yakalandığı hem ortalama hem de varyans denklemindeki katsayıların istatistiksel olarak anlamlı olduğu ve ARCH etkisinin tamamen giderildiği görülmüştür. Ayrıca ARCH modelinin AIC ve SC değerleri, simetrik yapı varsayımı altında en iyi uyumu sağladığını göstermektedir.

Buna karşılık GARCH modeli, literatürde sıklıkla üstün performans sergilemesine rağmen bu çalışmada varyans denklemindeki katsayıların anlamsız çıkması ve ARCH etkisinin giderilememesi nedeniyle zayıf bir performans sergilemiştir. Bu bulgu, BIST 100 getiri serisinde volatilité dinamiklerinin her zaman GARCH (1,1) tipi kalıcılık yapısıyla temsil edilemeyeceğini ve piyasa özelliklerine bağlı olarak daha basit ya da farklı yapılara ihtiyaç duyulabileceğini göstermektedir. ARCH-M modelinde risk-getiri ilişkisini temsil eden parametrenin anlamsız olması, volatilitenin bu dönemde beklenen getiriyi açıklayan bir unsur olmadığını ortaya koymakta; bu sonuç, gelişmekte olan piyasalarda riskin her zaman daha yüksek getiriyi ödüllendirilmediğine işaret eden literatürle uyum göstermektedir.

Asimetrik volatilité modelleri incelendiğinde, EGARCH modelinin hem istatistiksel hem de ekonomik açıdan en güçlü sonuçları sunduğu görülmektedir. EGARCH modelinde negatif şokların volatilitéyi pozitif şoklara kıyasla daha fazla artırması, BIST 100 endeksinde belirgin bir

kaldıraç etkisinin varlığını ortaya koymaktadır. Bu durum, kötü haberlerin ve olumsuz piyasa beklentilerinin belirsizliği daha güçlü biçimde artırdığını ve yatırımcı davranışlarının asimetrik olduğunu göstermektedir. T-GARCH modeli de kaldıraç etkisine işaret etmekle birlikte, katsayıların sınırlı anlamlılığı nedeniyle EGARCH modeline kıyasla daha zayıf bir performans sergilemiştir. Bilgi kriterleri ve ARCH etkisinin giderilmesi birlikte değerlendirildiğinde, EGARCH modelinin asimetrik volatilité yapısını en etkin biçimde temsil eden model olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Genel olarak elde edilen bulgular, BIST 100 endeksinde volatilitenin hem simetrik hem de asimetrik bileşenler içerdiğini; model seçiminin volatilitenin doğasına bağlı olarak yapılması gerektiğini ortaya koymaktadır. Simetrik şokların baskın olduğu durumlarda ARCH modeli yeterli ve parsimonious bir yapı sunarken, piyasa katılımcılarının olumsuz haberlere daha güçlü tepki verdiği dönemlerde EGARCH modeli daha gerçekçi ve açıklayıcı sonuçlar üretmektedir. Bu bulgular, gelişmekte olan piyasalarda volatilité analizlerinin tek bir modelle sınırlandırılmaması gerektiğini ve model seçiminin ekonomik yorumlarla birlikte ele alınmasının önemini vurgulamaktadır.

Çalışmanın sonuçları yatırımcılar açısından risk yönetimi ve portföy çeşitlendirme stratejilerinin geliştirilmesine; düzenleyici kurumlar açısından ise piyasa istikrarını izlemeye yönelik erken uyarı mekanizmalarının oluşturulmasına katkı sağlayabilecek niteliktedir. Gelecek çalışmalarda, farklı dağılım varsayımlarının (Student-t, GED), uzun hafıza modellerinin (FIGARCH) veya makroekonomik değişkenlerin modele dâhil edilmesiyle BIST 100 volatilitésinin daha geniş bir çerçevede analiz edilmesi önerilmektedir.

Kaynakça

- Akaike, H. (1974). A new look at the statistical model identification. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 19(6), 716-723. <https://doi.org/10.1109/TAC.1974.1100705>
- Alam, M. Z., Rahman, M. A. (2012). Modelling volatility of the BDT/USD exchange rate with GARCH model. *International Journal of Economics and Finance*, 4(11), 193-204.
- Alam, M. Z., Siddiquee, M. N., Masukujjaman, M. (2013). Forecasting volatility of stock indices with ARCH model. *International Journal of Financial Research*, 4(2), 126.
- Almarashi, A. M., Abbasi, U., Saman, H., Alzahrani, M. R., Khan, K. (2018). Modeling volatility in stock prices using ARCH/GARCH. *Sci. Int*, 30(1), 89-94.
- Almisshal, B., & Emir, M. (2021). Modelling exchange rate volatility using GARCH models. *Gazi İktisat ve İşletme Dergisi*, 7(1), 1-16.
- Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of econometrics*, 31(3), 307-327.
- Boran, K. (2014). The Box-Jenkins approach to forecast net electricity consumption in Turkey. *Energy Sources, Part A: Recovery, Utilization, and Environmental Effects*, 36(5), 515-524. <https://doi.org/10.1080/15567036.2010.542445>
- Box, G. E. P., & Jenkins, G. M. (1976). *Time series analysis: Forecasting and control* (Revised ed.). San Francisco, CA: Holden-Day.
- Breusch, T. S. (1978). Testing for autocorrelation in dynamic linear models. *Australian economic papers*, 17(31).
- Chand, S., Kamal, S., Ali, I. (2012). Modeling and volatility analysis of share prices using ARCH and GARCH models. *World Applied Sciences Journal*, 19(1), 77-82.
- Daly, K. (2008). Financial volatility: Issues and measuring techniques. *Physica A: statistical mechanics and its applications*, 387(11), 2377-2393.
- Dana, A. N. (2016). Modelling and estimation of volatility using ARCH/GARCH models in Jordan’s stock market. *Asian Journal of Finance & Accounting*, 8(1), 152-167.
- Dhamija, A. K., Bhalla, V. K. (2010). Financial time series forecasting: comparison of various arch models. *Global Journal of Finance and Management*, 2(1), 159-172.
- Ekong, C. N. Onye, K. U. (2017). Application of Garch models to estimate and predict financial volatility of daily stock returns in Nigeria.
- Engle, R. F. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica: Journal of the econometric society*, 987-1007.

- Glosten, L. R., Jagannathan, R., & Runkle, D. E. (1993). On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks. *The journal of finance*, 48(5), 1779-1801.
- Godfrey, L. G. (1978). Testing for higher order serial correlation in regression equations when the regressors include lagged dependent variables. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 1303-1310.
- Gökbulut, R. İ., Pekkaya, M. (2014). Estimating and forecasting volatility of financial markets using asymmetric GARCH models: An application on Turkish financial markets. *International Journal of Economics and Finance*, 6(4), 23-35.
- Kanasro, H. A., Rohra, C. L., Junejo, M. A. (2009). Measurement of stock market volatility through ARCH and GARCH models: a case study of Karachi stock exchange. *Australian Journal of Basic and Applied Sciences*, 3(4), 3123-3127.
- Liang, C., Luo, Q., Li, Y., Huynh, L. D. T. (2023). Global financial stress index and long-term volatility forecast for international stock markets. *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, 88, 101825.
- Lupekesa, C. S. B., Tsoku, J. T., Metsileng, L. D. (2022). Econometric modelling of financial time series. *International Journal of Management, Entrepreneurship, Social Science and Humanities*, 5(2), 52-70.
- MacKinnon, J. G. (1996). Numerical distribution functions for unit root and cointegration tests. *Journal of applied econometrics*, 11(6), 601-618.
- Madžar, L., Karić, D., Mirjanić, B. (2023). Modelling the volatility of the global gold price by applying the arch/garch models. *Ekonomika*, 69(2), 23-34.
- Nelson, D. B. (1991). Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach. *Econometrica: Journal of the econometric society*, 347-370.
- Nelson, D. B., & Cao, C. Q. (1992). Inequality constraints in the univariate GARCH model. *Journal of Business & Economic Statistics*, 10(2), 229-235.
- Omar, N. A. B., Halim, F. A. (2015). Modelling volatility of Malaysian stock market using garch models. *International Symposium on Mathematical Sciences and Computing Research (iSMSC)* (pp. 447-452). IEEE.
- Pasha, G. R., Qasim, T., Aslam, M. (2007). Estimating and forecasting volatility of financial time series in Pakistan with GARCH-type models. *The Lahore Journal of Economics*, 12(2), 115-149.
- Sözen, A., İzgeç, M. M., Kırbaş, İ., Kazancıoğlu, F. Ş., & Tuncer, A. D. (2021). Overview, modeling and forecasting the effects of COVID-19 pandemic on energy market and electricity demand: A case study on Turkey. *Energy Sources, Part A: Recovery, Utilization, and Environmental Effects*. <https://doi.org/10.1080/15567036.2021.1910756>
- Zakoian, J. M. (1994). Threshold heteroskedastic models. *Journal of Economic Dynamics and control*, 18(5), 931-955.

Zhang, Z., Raza, M. Y., Wang, W., Sui, L. (2023). Volatility predictability in crude oil futures: Evidence based on OVX, GARCH and stochastic volatility models. *Energy Strategy Reviews*, 50, 101209.