

Düz Dişli Çark Sistemlerinde Hertz Basınç Değerlerinin Analizi

Ramazan Çalışkan¹

Ali Osman Kurban²

Özet

Mekanik güç iletim sistemlerinde dişli çarkların operasyonel ömrünü sınırlayan temel faktörün, yapısal kırılmalardan ziyade yüzeylerde meydana gelen tribolojik aşınmalar olduğu bilinmektedir. Bu aşınma süreci, etkileşim halindeki diş profilleri arasında oluşan yüksek temas basınçlarının yol açtığı elastik ve plastik deformasyonların bir sonucudur. Bu çalışmada Hertzian temas gerilmelerinin analitik hesabı ve bu gerilmelerin tetiklediği deformasyon karakteristikleri araştırılmaktadır. Elastisite teorisi temel alınarak gerçekleştirilen modellemede, önce temas geometrisi tanımlanmış, ardından iletilen momentin oluşturduğu kuvvetlerin basınç dağılımı üzerindeki etkileri sayısal olarak analiz edilmiştir. Geliştirilen hesaplama algoritması sayesinde; basınç açısı, Eğrilik yarıçapı, Elastisite modülü ve Poisson oranı, gibi tasarım parametrelerinin sistem performansı üzerindeki etkileri parametrik olarak incelenmiştir. Dış dişli tasarımlarında kritik öneme sahip olan temas gerilmesi, deformasyon parametrelerini minimize etmeye odaklanmaktadır. Dişli hasarlarının temel nedeni olan gerilme aşımını engellemek amacıyla, üç farklı malzeme ve üç farklı Tork seçeneğiyle oluşturulan dokuz farklı kombinasyon ileri düzey simülasyon teknikleriyle incelenmiştir. Solidworks 2020 programının Simulation ortamında yürütülen iki boyutlu sonlu elemanlar (FEM) çalışmaları, Hertz basınç değerleriyle karşılaştırmalı olarak analiz edilmiştir. Burada Tork ve Elastisite modülündeki artış Hertz basıncı değerini de arttırmaktadır. Teorik ve nümerik sonuçlar arasındaki tutarlılık, analiz metodolojisinin doğruluğunu ortaya koymakta ve tasarım sürecinde güvenle kullanılabileceğini göstermektedir. Mekanik sistemlerde çeliğin vazgeçilmez bir bileşen olarak öne çıkmasının temel nedeni, yüksek hacimsel

1 Makine Mühendisliği Yüksek Lisans Öğrencisi, Kırşehir Ahi Evran Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, ramazancaliskan879@gmail.com, 0009-0008-3527-2336

2 Prof. Dr., Kırşehir Ahi Evran Üniversitesi, alikurban@ahievran.edu.tr, 0000-0003-0537-3896

mukavemet, verimlilik ve ekonomik olmasıdır. Endüstriyel dişli imalatında; Karbon bazlı alaşımlardan, karmaşık metalürjik kompozisyonlara sahip alaşımlı çeliklere kadar geniş bir alanda seçim yapılmaktadır. Malzeme seçim sürecini belirleyen temel parametreler; dinamik yükler altındaki yorulma direnci, kopma mukavemeti ve malzemeye uygulanan ısıtma işlemidir.

1. Dişli Çarkların Gelişim Süreci

(Chacón ve ark., 2010) Dişli çarklar, üzerlerinde geometrik olarak şekillendirilmiş dişler bulunan ve iki dönen shaft arasında güç (tork ve açılma hız) aktarmak amacıyla tasarlanmış temel makine elemanlarıdır. İnsanlığın teknik gelişim sürecindeki en kadim buluşlar arasında yer alan dişliler, antik dönemlerden bu yana önemini korumuştur. En basit mekanizmalardan en karmaşık endüstriyel sistemlere kadar, hareketin olduğu her noktada bu sistemlerin temel bir rol oynadığı görülmektedir. Dişli çarklar Hertz basıncından kaynaklı deformasyona uğramaktadır. Hertz Basıncı (Hertzian Pressure), Makine Mühendisliği ve özellikle Temas Mekanikliği alanında kullanılan temel kuramsal büyüklüktür. Bu değer, elastik iki cismin normal kuvvet etkisinde teması sonucu, temas yüzeyinde oluşan maksimum basma gerilmesini tanımlar. Hertz basıncından kaynaklı diş dibi gerilmelerinin analizi yapılmıştır. İletim, bir dişliden diğerine diş profillerinin birbirine temas etmesi ve mekanik olarak kenetlenmesi sayesinde gerçekleşir. Dişli çarkların birincil görevi, aktarılan torkun seviyesini değiştirmek ve/veya dönüş hızını (devir sayısını) sabit bir oranla iletmektir. Bu sayede mekanik sistemlerde hız ve tork gereksinimleri hassasiyetle yönetilebilir. (Kapelevich & Shekhtman, 2003) tarafından hazırlanan “Asimetrik İnvölüt Dişliler için Doğrudan Dişli Tasarımı.” üzerine araştırma makalesinde; dişli çarklarda geometrik parametrelerin seçimi, sistemin taşıyabileceği yük kapasitesini ve dayanıklılığını doğrudan etkiler. Tasarım sürecinde, dişli çarkın temas alanındaki gerilme dağılımı dikkate alınarak optimizasyon çalışmaları yapılmakta, bu sayede hem mukavemet hem de verimlilik artırılmaktadır. Özellikle yüksek tork altında çalışan dişli sistemlerinde, dişlerin dayanımının yetersiz kalması sistemin tamamen devre dışı kalmasına neden olabileceğinden, tek bir dişin dahi eksikliği tüm mekanizmanın işleyişini bozabilmektedir. Bu bağlamda kavrama halindeki pinyon ve dişli bileşenlerinin mekanik direnç seviyelerinin dengelenmesi gerekliliği vurgulanmıştır. (Bibel ve ark., 1994) dişli sistemlerinde diş dibi mukavemeti ile eğilme gerilmelerinin dengelenmesinin, dişli çiftlerinin ömrünü artırdığı sonucuna ulaşılmıştır. Dişli çarklar, çalışma sırasında iki ana gerilme türüne maruz kalmaktadır: diş yüzeyinde oluşan temas basıncı (contact pressure) ve diş dibinde meydana gelen eğilme gerilmesi. Tork altında çalışan dişlilerde bu iki gerilme türü birlikte etkili olur. Özellikle diş dibi gerilmesi, sertleştirilmiş dişlilerde kırılma riskini artıran kritik bir faktördür. Bu nedenle, diş dibi kırılması dişli mekanizmalarındaki en yaygın ve tehlikeli

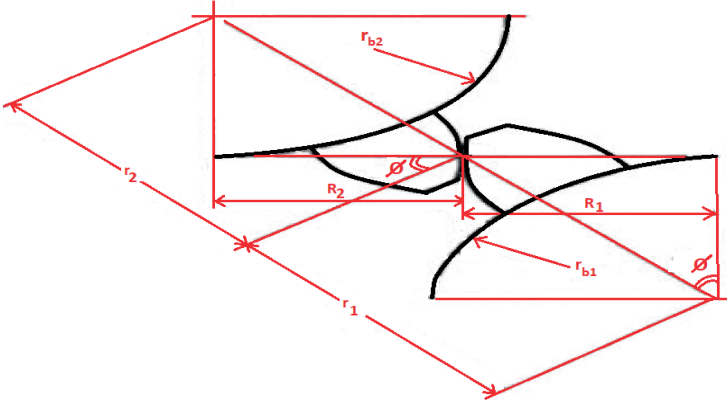
hasar türlerinden biri olarak kabul edilmektedir. (Goss & Hoepfner, 1974) Dişli çarkların temas bölgelerinde oluşan Hertz basıncının, yüzeyde mikro çatlakların başlaması ardından pitting (yüzey çukurlaşması) gibi yorulma hasarlarını tetiklediğini belirtmiştir. Bu tür yüzey hasarları, dişli çarkın kullanım ömrünü önemli ölçüde kısaltmakta ve sistemin genel verimini düşürmektedir. Dolayısıyla, Hertz basıncının doğru biçimde hesaplanması, yorumlanması ve sınırlandırılması, dişli sistemlerin güvenilirliği açısından kritik bir öneme sahiptir. (Akkurt M., 2005) Dişli çarkların mukavemet ve yüzey basınca karşı dayanımını geniş ölçüde etkileyen en temel etken malzemedir. Bu nedenle malzeme tercihi, tasarımın en kritik adımlarından biridir. Genellikle yüksek kuvvet aktaran dişlilerde çelik esas alınırken; yalnızca devir iletimi gerektiren duyarlı cihazlarda kullanılan çarklar için bronz, naylon, teflon ve sinterlenmiş malzemeler gibi alternatifler seçilir. Önemsiz olan ve çok düşük devirlerde faaliyet gösteren dişliler ise dökme demir esaslı alaşımlardan imal edilmeye uygundur. (Zhao & Maietta, 1992,) Dişli çark temaslarını sonlu elemanlar yöntemi (FEM) kullanarak modellemiş ve klasik Hertz teorisinin yalnızca ideal koşullarda geçerli olduğunu, gerçek temas davranışının ise diş geometrisi, malzeme anizotropisi ve yükleme koşulları gibi faktörlerle önemli ölçüde değiştiğini vurgulamıştır. Bu nedenle, modern tasarım yaklaşımlarında Hertz teorisinin sayısal analizlerle desteklenmesi gerektiği önerilmiştir.

1.1. Dişli çarklarda Hertz basıncının hesaplanması

1882 yılında Alman fizikçi Heinrich Hertz tarafından ortaya atılmıştır. Dişli çarklar, rulmanlar ve kam mekanizmaları ve demiryolu tekerlekleri gibi yuvarlanma ve kayma temasının bulunduğu tüm sistemlerin yüzey mukavemeti ve yorulma ömrü analizleri için başlangıç noktasını oluşturur. Bu gerilme, özellikle dişli çarklarda meydana gelen yüzey yorulması (pitting) hasarının başlangıcını ve öngörülmesini sağladığı için mühendislik analizlerinde hayati öneme sahiptir.

Çalışmada ele alınan dişli çarkların yorulma oluşumunda meydana gelen Hertz basınçları doğrudan ölçülmez, söz konusu gerilmeler genellikle gelişmiş analitik bağlantılar veya dolaylı test yöntemleriyle değerlendirmeler yapılabilir. Ancak Hertz gerilmelerinin tetiklediği yorulma etkisini ve malzeme ömrü üzerindeki tahribatını daha somut verilerle ortaya koyabilmek adına, gelişmiş simülasyon sistemlerinden ve kontrollü test düzeneklerinden faydalanılmaktadır. Deneysel olarak yüksek basınç altında meydana gelen mikroskobik çatlak oluşumu, aşınma belirtileri ve yüzey yorulması (pitting) gibi kritik hasar mekanizmalarını derinlemesine gözlemleyebilmek için, gerçek çalışma şartlarını laboratuvar ortamında simüle edebilen spesifik malzeme çiftleri ve özel numune kombinasyonları tercih edilmektedir. Tekrarlı yüksek temas gerilmelerinin bir

sonucu olan pitting, henüz tam olarak tanımlanamamış bir yüzey yorulma mekanizmasıdır. Bu hasarın temel nedeni, gerilmeleri kritik limitlerin üzerine çıkaran aşırı yüklemelerdir. Mevcut çalışmada, tork etkisi altındaki bir sonlu elemanlar modeli kullanılarak temas gerilmeleri analiz edilmiştir. Analiz kapsamı, dişli çiftinin temas noktasındaki Hertz basınçları hesaplanıp daha sonra Solidworks 2020 programının Simulation Komutu sayesinde bu değerler ile kıyaslama yapılmıştır. Modellemede ise temas halindeki dişli çiftleri aynı malzemelerden seçilmiştir.



Şekil 1: Temas halindeki dişli çifti

Şekil 1 de verildiği üzere temas halindeki dişli çiftlerinin dişleri arasındaki güç aktarımı, çalışan dişlerin temas noktasında gerçekleşir. Temas noktasındaki gerilmeler, Hertz teorisi kullanılarak hesaplanır. Bu teori, temas halindeki eğri cisimlerin gerilmeleri ve şekil değiştirmelerini ifade eder.

Genel itibariyle, diş köklerinde gerilim giderme ve temas noktalarında ısınma sırasında yorulma sonucu oluşan hasarların önlenmesi gerekir. Bu değerlendirmeler, belirli parametreler yardımıyla gerçekleştirilmektedir. İncelenen bu parametrelere örnek olarak temas noktasındaki maksimum basınç ρ_{max} değeri Bağıntı 1'de verilmiştir.

$$\rho_{max} = \sqrt{\frac{F_n \cdot E}{\pi \cdot L \cdot R}} \quad (1)$$

F_n : Dişlilerin birbirine uyguladıkları Normal Kuvvet

E: İki silindirik malzemenin elastikiyet modülü

R: İndirgenmiş Eğrilik Yarıçapı

L: Silindirlerin eksenel uzunluğu

Tasarımda ve gerilme analizinde kritik öneme sahip olan indirgenmiş eğrilik yarıçapı (R) ve indirgenmiş Young modülü (E) olacak biçimde Bağıntı 2 ve 3'te verilmiştir:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (2)$$

$$\frac{1}{E} = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \quad (3)$$

Bağıntıdaki indeksler sırasıyla cisim 1 ve 2'yi ifade eder.

Verilen 2 ve 3 Nolu bağıntılarda düzenleme yapılırsa;

$$\rho_{max} = \sqrt{\frac{F_n \cdot \left(1 + \frac{r_{b1}}{r_{b2}}\right)}{r_{b1} \cdot \pi \cdot L \cdot \left[\frac{(1 - \nu_1^2)}{E_1} \mp \frac{(1 - \nu_1^2)}{E_2}\right] \sin \emptyset}} \quad (4)$$

4 Nolu ρ_{max} elde edilir. Burada;

ν_1, ν_2 = İki silindir malzemesinin Poisson oranı

ρ_{max} değerinin hesabında paydadaki (-) işareti iç dişlide, (+) işareti de dış dişli çark hesabında kullanılmaktadır.

r_{b1} ve r_{b2} , pinyon ve dişlinin adım yarıçapları ve \emptyset ise basınç açısıdır.

Hesaplamalarda kullanılan dişli çarklara ait boyutlandırma Tablo 1' de verilmiştir.

Tablo 1: Hesaplamalarda kullanılan dişli çarkların boyutları

| Sembol | Anlamı | Birimi | Değeri |
|-------------|-----------------|--------|--------|
| Z | Diş Sayısı | - | 27 |
| D | Adım Daire Çapı | mm | 36.26 |
| \emptyset | Basınç Açısı | Derece | 20 |
| L | Diş Genişliği | mm | 7 |
| R_s | Şaft Çapı | mm | 18 |
| R_{b1} | Diş Dibi Çapı | mm | 15.31 |

Hertz basıncının hesabı için 2 adet dişli çark çiftinden alttaki dişli çarkın iç kenarına sabit destek uygulanmıştır. Üsteki dişli çarkın iç kenarına, teğetsel dönüşüne izin veren ancak radyal hareketine engel olan sürtünmesiz destek uygulanmıştır. Üst dişlinin iç kenarına saat yönünde, 25 N-m, 50 N-m ve 75 N-m momenti tahrik torkları olarak uygulanır. Teorik hesaplamaların ardına aynı şartlar altındaki dişli çarkların Solidworks 2020 Programının Simulation komutuyla elde ettiğimiz çalışmalar verilecektir. Dişli takımı, orijinal dişlinin bir kopyasının çevrilmesi ve birbirine geçen iki dişlinin merkez mesafesine eşit bir boşluk bırakılmasıyla oluşturulur.

Burada 25 N-m, 50 N-m ve 75 N-m moment etkisi altında boyutları eşit olan gri dökme demir, 1060 alüminyum alaşımı ve AISI 1035 çelik malzemelerinden 2'şer adet imal edilerek toplamda 6 adet dış dişli çarkı malzemelerindeki zorlanmanın etkisinde diş dibi gerilmesi incelenmektedir.

Dişli malzemelerine ait Elastisite modülleri ve Poisson oranları da Tablo 2'de verilmiştir.

Tablo 2: Dişli malzemelerinin Elastisite modül ve Poisson oranları

| Malzeme | Elastisite modülü (N/mm ²) | Poisson oranı |
|------------------------|----------------------------------------|---------------|
| AISI 1035 Çelik | $2.05 \cdot 10^5$ | 0.29 |
| Gri Dökme Demir | $6.62 \cdot 10^4$ | 0.27 |
| 1060 Alüminyum Alaşımı | $6.9 \cdot 10^4$ | 0.33 |

Dişli çark dişlerine etki eden Hertz Basınçlarını hesaplayabilmek için kullanacağımız dişli çarka ait değerler Tablo 1 ve Tablo 2'de verilmiştir. Bağını 4'deki ifadesi kullanılarak Hertz basıncı elde edilir.

25 N-m döndürme torku etkisi altındaki dış dişli ile sabit dış dişli çarkların Gri Dökme Demir için hesabı;

25 N-m tork etkisi altındaki dişli çarkların dönme esnasındaki uyguladığı noktasal kuvvet;

Tork = Kuvvet * Diş dibi çapı

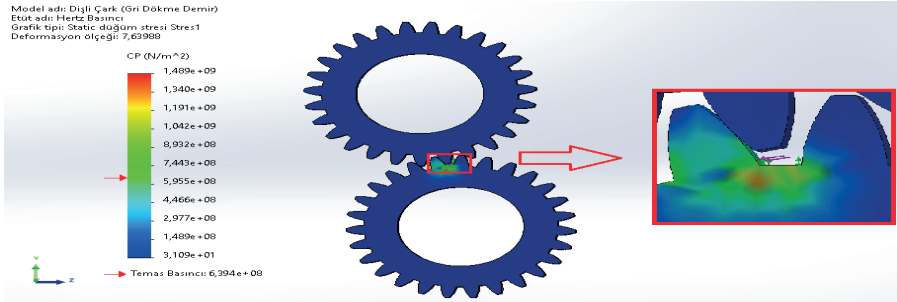
$$25 \times 10^3 \text{ (N-mm)} = F_n \text{ (N)} * 15,31 \text{ (mm)}$$

$$F_n = 1632,92 \text{ N}$$

$$\rho_{max} = \sqrt{\frac{1632,92 \cdot \left(1 + \frac{15,31}{15,31}\right)}{15,31 \cdot \pi \cdot 7 \cdot \left[\frac{(1-0,27^2)}{6,62 \cdot 10^4} + \frac{(1-0,27^2)}{6,62 \cdot 10^4}\right] \sin 20}}$$

$\rho_{max} = 615.91 \text{ MPa}$ değeri elde edilmiştir

Hesaplamalarda kullanmış olduğumuz dişli çarkların 25 N-m tork etkisinde Solidworks 2020 Programının Simulation Komutu ile Hertz Basıncına ait değerleri Şekil 2 'de verilmiştir.



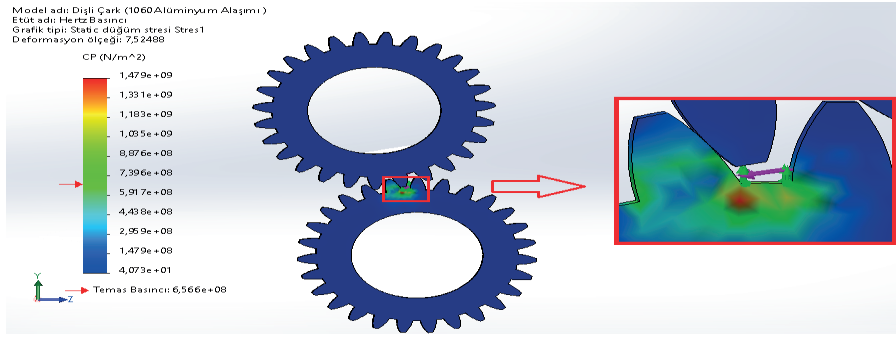
Şekil 2: 25 N-m tork etkisi altındaki dişli çark (Gri Dökme Demir)

Solidworks 2020 Programı yardımıyla simülasyonu yapılan ve Şekil 2'de görünen dişli çarkların döndüren ve sabit dış dişli çark olan Gri Dökme Demir'in 25 N-m tork etkisi altındaki Hertz Basıncı değeri 639,4 MPa olduğu görülmektedir.

Sabit dişli çark ile döndürme etkisindeki dış dişli çark 1060 Alüminyum Alaşımı için hesaplama yapılırsa;

$$\rho_{max} = \sqrt{\frac{1632,92 \cdot \left(1 + \frac{15,31}{15,31}\right)}{15,31 \cdot \pi \cdot 7 \cdot \left[\frac{(1-0,33^2)}{6,9 \cdot 10^4} + \frac{(1-0,33^2)}{6,9 \cdot 10^4}\right]} \sin 20}$$

$\rho_{max} = 641.38$ MPa değeri elde edilmiştir.



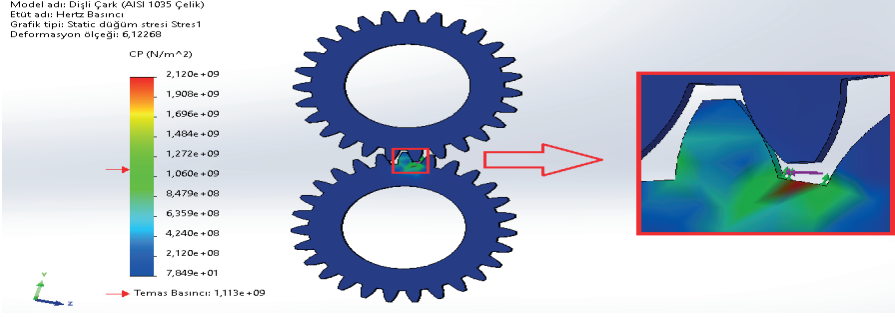
Şekil 3: 25 N-m tork etkisi altındaki dişli çark (1060 Alüminyum Alaşımı)

Şekil 3'te yukarıdaki görünen döndürme etkisindeki ve sabit dış dişli çarklar 1060 Alüminyum Alaşımının 25 N-m tork etkisi altındaki Hertz Basıncı değeri 656,6 MPa olduğu görülmektedir.

Döndüren ve Sabit dişli AISI 1035 Çelik'ten imal edilmiş Dişli sistemindeki hesaplamada;

$$\rho_{max} = \sqrt{\frac{1632,92 \cdot \left(1 + \frac{15,31}{15,31}\right)}{15,31 \cdot \pi \cdot 7 \cdot \left[\frac{(1-0,29^2)}{2,05 \cdot 10^5} + \frac{(1-0,29^2)}{2,05 \cdot 10^5}\right]} \sin 20}$$

$\rho_{max} = 1090.44$ MPa değeri elde edilmiştir.



şekil 4: 25 N-m tork etkisi altındaki dişli çark (AISI 1035 Çelik)

şekil 4'te Döndürme etkisinde ve sabit dişli çarkların her ikisi de AISI 1035 Çelik'in 25 N-m tork etkisi altındaki Hertz Basıncı değeri 1113 MPa olduğu görölmektedir.

50 N-m tork etkisi altındaki dişli çarkların dönme esnasındaki uyguladığı noktasal kuvvet;

$$\text{Tork} = \text{Kuvvet} * \text{Diş dibi çapı}$$

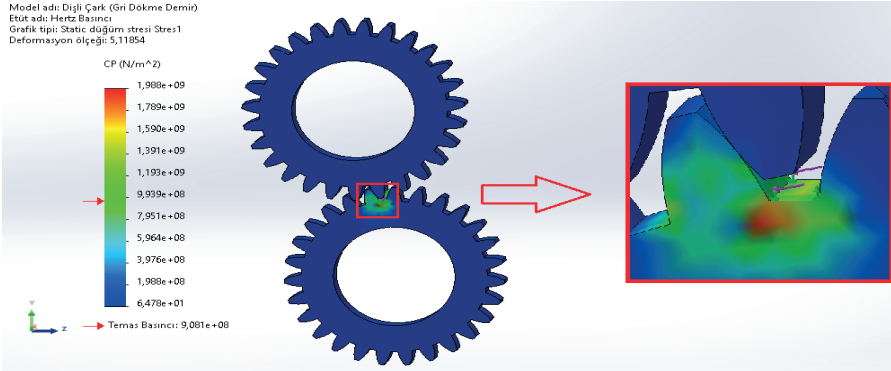
$$50 \times 10^3 \text{ (N-mm)} = F_n \text{ (N)} * 15,31 \text{ (mm)}$$

$$F_n = 3265,84 \text{ N}$$

Hesaplamaya 50 N-m döndürme torku etkisi altındaki diş dişli ile sabit diş dişli çarkların Gri Dökme Demir için hesabı yapılırsa;

$$\rho_{max} = \sqrt{\frac{3265,84 \cdot \left(1 + \frac{15,31}{15,31}\right)}{15,31 \cdot \pi \cdot 7 \cdot \left[\frac{(1-0,27^2)}{6,62 \cdot 10^4} + \frac{(1-0,27^2)}{6,62 \cdot 10^4}\right]} \sin 20}$$

$$\rho_{max} = 871,02 \text{ MPa değeri elde edilmiştir.}$$



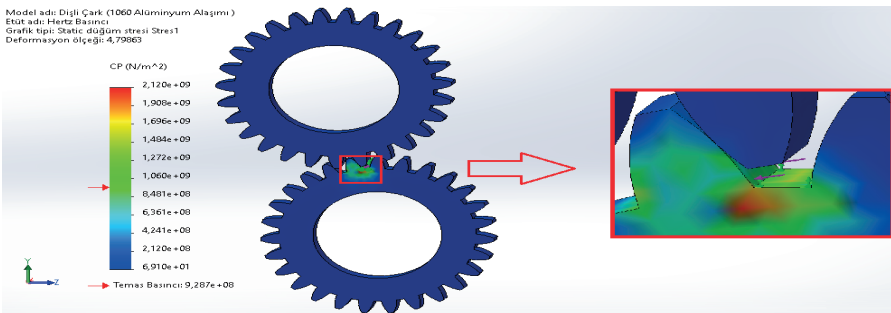
Şekil 5: 50 N-m tork etkisi altındaki dişli çark (Gri Dökme Demir)

Şekil 5'te görünen dişli çarkların döndüren ve sabit dış dişli çark olan Gri Dökme Demir'in 50 N-m tork etkisi altındaki Hertz Basıncı değeri 908.1 MPa olduğu görülmektedir.

Sabit dişli çark ile döndürme etkisindeki dış dişli çark 1060 Alüminyum Alaşımı olup hesaplama yapılırsa;

$$\rho_{max} = \sqrt{\frac{3265,84 \cdot \left(1 + \frac{15,31}{15,31}\right)}{15,31 \cdot \pi \cdot 7 \cdot \left[\frac{(1-0,33^2)}{6,9 \cdot 10^4} + \frac{(1-0,33^2)}{6,9 \cdot 10^4}\right]} \sin 20}$$

$\rho_{max} = 907.04$ MPa değeri elde edilmiştir.



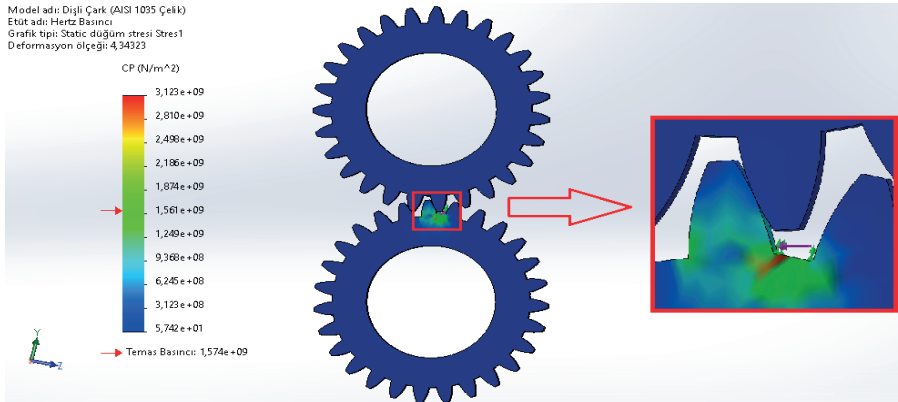
Şekil 6: 50 N-m tork etkisi altındaki dişli çark (1060 Alüminyum Alaşımı)

Şekil 6'da yukarıdaki görünen döndürme etkisindeki ve sabit dişli çarklar 1060 Alüminyum Alaşımının 50 N-m tork etkisi altındaki Hertz Basıncı değeri 928.7 MPa olduğu görülmektedir.

Döndüren ve Sabit dişli AISI 1035 Çelik'ten imal edilmiş dişli çarkın hesabı yapılırsa;

$$\rho_{max} = \sqrt{\frac{3265,84 \cdot \left(1 + \frac{15,31}{15,31}\right)}{15,31 \cdot \pi \cdot 7 \cdot \left[\frac{(1-0,29^2)}{2,05 \cdot 10^5} + \frac{(1-0,29^2)}{2,05 \cdot 10^5}\right] \sin 20}}$$

$\rho_{max} = 1542.11$ MPa değeri elde edilmiştir.



Şekil 7: 50 N-m tork etkisi altındaki dişli çark (AISI 1035 Çelik)

Şekil 7'de Döndürme etkisinde ve sabit dişli çarkların AISI 1035 Çelik'in 50 N-m tork etkisi altındaki Hertz Basıncı değerinin 1574 MPa olduğu görülmektedir.

75 N-m tork etkisi altındaki dişli çarkların dönme esnasındaki uyguladığı noktasal kuvvet;

$$\text{Tork} = \text{Kuvvet} \cdot \text{Diş dibi çapı}$$

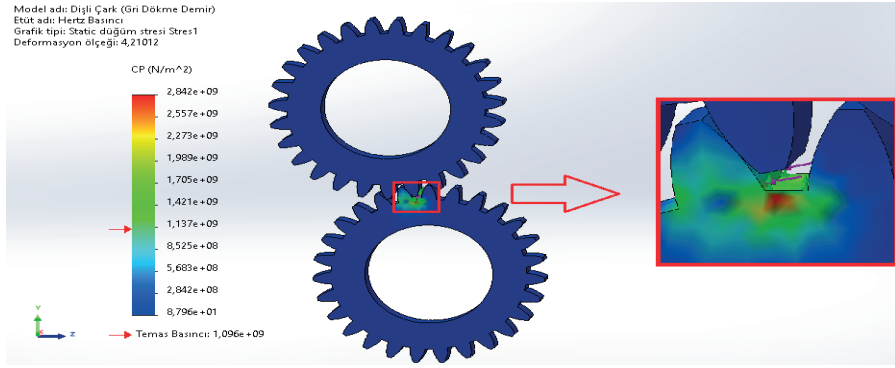
$$75 \times 10^3 \text{ (N-mm)} = F_n \text{ (N)} \cdot 15,31 \text{ (mm)}$$

$$F_n = 4898.76 \text{ N}$$

Hesaplamaya 50 N-m döndürme torku etkisi altındaki dış dişli ile sabit dış dişli çarkların Gri Dökme Demirden imal edilmiş olarak hesaplanırsa;

$$\rho_{max} = \sqrt{\frac{4898.76 \cdot \left(1 + \frac{15.31}{15.31}\right)}{15.31 \cdot \pi \cdot 7 \cdot \left[\frac{(1-0.27^2)}{6,62 \cdot 10^4} + \frac{(1-0.27^2)}{6,62 \cdot 10^4}\right]} \sin 20}$$

$\rho_{max} = 1066,77$ MPa değeri elde edilmiştir.



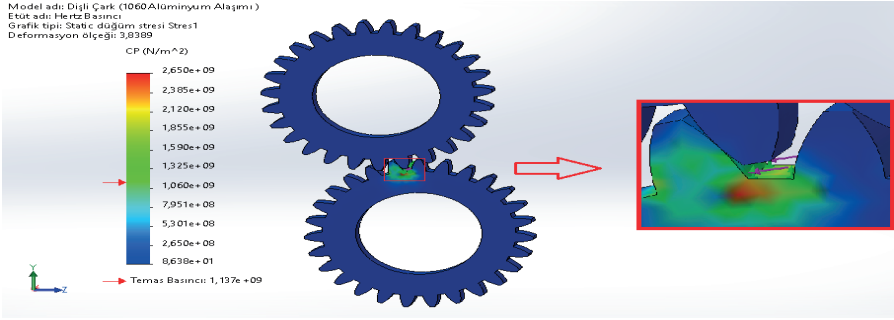
Şekil 8: 75 N-m tork etkisi altındaki dişli çark (Gri Dökme Demir)

Şekil 8'de görünen dişli çarkların döndüren ve sabit dış dişli çark olan Gri Dökme Demir'in 75 N-m tork etkisi altındaki Hertz Basıncı değeri 1096 MPa olduğu görülmektedir.

Sabit dişli çark ile döndürme etkisindeki dış dişli çark 1060 Alüminyum Alaşımı olup hesaplama yapılsa;

$$\rho_{max} = \sqrt{\frac{4898.76 \cdot \left(1 + \frac{15.31}{15.31}\right)}{15.31 \cdot \pi \cdot 7 \cdot \left[\frac{(1-0.33^2)}{6,9 \cdot 10^4} + \frac{(1-0.33^2)}{6,9 \cdot 10^4}\right]} \sin 20}$$

$\rho_{max} = 1110.89$ MPa değeri elde edilmiştir.



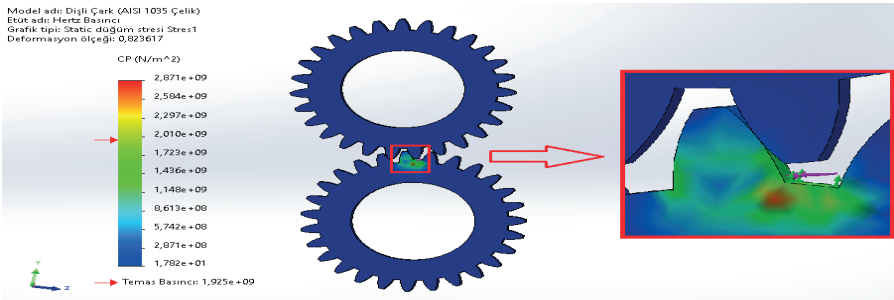
Şekil 9: 75 N-m tork etkisi altındaki dişli çark (1060 Alüminyum Alaşımı)

Şekil 9'da yukarıdaki görünen döndürme etkisindeki ve sabit diş dişli çarklar 1060 Alüminyum Alaşımının 75 N-m tork etkisi altındaki Hertz Basıncı değeri 1137 MPa olduğu görölmektedir.

Döndüren ve Sabit dişli AISI 1035 Çelik'ten imal edilmiş olup hesabı yapılırsa;

$$\rho_{max} = \frac{4898.76 \cdot \left(1 + \frac{15.31}{15.31}\right)}{15.31 \cdot \pi \cdot 7 \cdot \left[\frac{(1-0.29^2)}{2.05 \cdot 10^5} + \frac{(1-0.29^2)}{2.05 \cdot 10^5}\right] \sin 20}$$

$\rho_{max} = 1888.69$ MPa değeri elde edilmiştir.



Şekil 10: 75 N-m tork etkisi altındaki dişli çark (AISI 1035 Çelik)

Şekil 10'da Döndürme etkisinde ve sabit dişli çarkların her ikisi de AISI 1035 Çelik'in 75 N-m tork etkisi altındaki Hertz Basıncı değeri 1925 MPa olduğu görölmektedir.

Bu araştırma kapsamında; evolvent profilli diş dişlilerde meydana gelen Hertzian temas gerilmeleri üzerine basınç açısı, Elastisite modülü, Poisson oranı ve iletilen torklar parametrik olarak incelenmiştir. Temas noktasının malzemelerin Elastisite modülleri ve Poisson oranlarının farklılığından sebep her ne kadar aynı tork ile kuvvet uygulansa da Hertz basınç değerleri değişiklik göstermektedir. Özellikle diş dibine yakın temas bölgelerinde torkun artması, gerilme yığılmasını en üst seviyeye taşır. Literatürde bu nokta genellikle en büyük zorlanma bölgesi olarak tanımlanır. Diş temasının başladığı veya yükün tam kapasiteyle bindiği en kritik bölge genellikle yuvarlanma (pitch) noktası civarında gerçekleşir. Bu kinematik gerekçelerle, gerçekleştirilen analizlerde yuvarlanma noktasındaki temas koşulları referans alınmıştır.

Araştırmada kullanılan dişli çarklara etki eden Hertz basınç değerlerini Solidworks uygulaması yardımıyla bulunan değerlerle kıyaslayıp aradaki farkı yüzdelik hata şeklinde hesaplayabiliriz. Burada 25 N-m tork etkisindeki Gri Dökme Demir değerleri için;

Hertz bağıntısı ile hesaplanan basınç değeri: 615.91 MPa

Solidworks programı ile bulunan Hertz basıncı değeri: 639.4 MPa

Solidworks ve Hertz değerlerindeki yüzdelik hata payı;

$$\frac{(639,4 - 615,91) * 100}{615,91} = \%3.81 \text{ olarak elde edilmiştir.}$$

25 N-m, 50 N-m ve 75 N-m Tork etkisinde hesaplanan ve Solidworks programından elde edilen basınç değerleri Tablo 3 - 4 ve 5'te verilmiştir.

Tablo 3: 25 N-m Tork Etkisindeki Basınç Değerleri ve Hata Payı

| Döndüren ve Sabit Dişli Çarklar | Tork : 25 N-m | | Yüzdelik Hata (%) |
|---------------------------------|---------------------|------------------|-------------------|
| | Hertz Basıncı (MPa) | SOLIDWORKS (MPa) | |
| Gri Dökme Demir | 615.91 | 639.4 | 3.81 |
| 1060 Alüminyum Alaşımı | 641.38 | 656.6 | 2.37 |
| AISI 1035 Çelik | 1090.44 | 1113 | 2.06 |

Tablo 4: 50 N-m Tork Etkisindeki Basınç Değerleri ve Hata Payı

| Döndüren ve Sabit Dişli Çarklar | Tork : 50 N-m | | Yüzdellik Hata (%) |
|---------------------------------|---------------------|------------------|--------------------|
| | Hertz Basıncı (MPa) | SOLIDWORKS (MPa) | |
| Gri Dökme Demir | 871.02 | 908.1 | 4.26 |
| 1060 Alüminyum Alaşımı | 907.04 | 928.7 | 2.38 |
| AISI 1035 Çelik | 1542.11 | 1574 | 2.26 |

Tablo 5: 75 N-m Tork Etkisindeki Basınç Değerleri ve Hata Payı

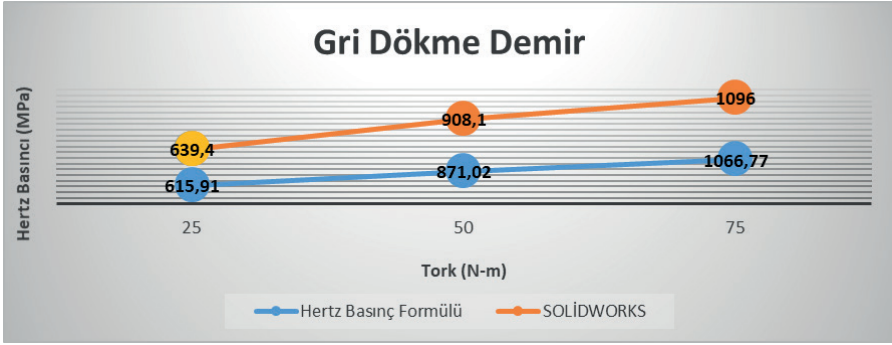
| Döndüren ve Sabit Dişli Çarklar | Tork : 75 N-m | | Yüzdellik Hata (%) |
|---------------------------------|---------------------|------------------|--------------------|
| | Hertz Basıncı (MPa) | SOLIDWORKS (MPa) | |
| Gri Dökme Demir | 1066.77 | 1096 | 2.74 |
| 1060 Alüminyum Alaşımı | 1110.89 | 1137 | 2.35 |
| AISI 1035 Çelik | 1888.69 | 1925 | 1.92 |

Dişli çarkların Hertz basınç değerleriyle Solidworks uygulaması arasındaki hata payı % 1,92 ÷ 4,26 arasında değişmektedir.

Tablo 3 - 4 ve 5'te verilen değerler dikkate alınarak, Gri Dökme Demir – Alüminyum ve Çelik için ρ_{max} basınç değerleriyle – Tork değişim diyagramları; Şekil 11 - 12 ve 13'te verilmiştir.

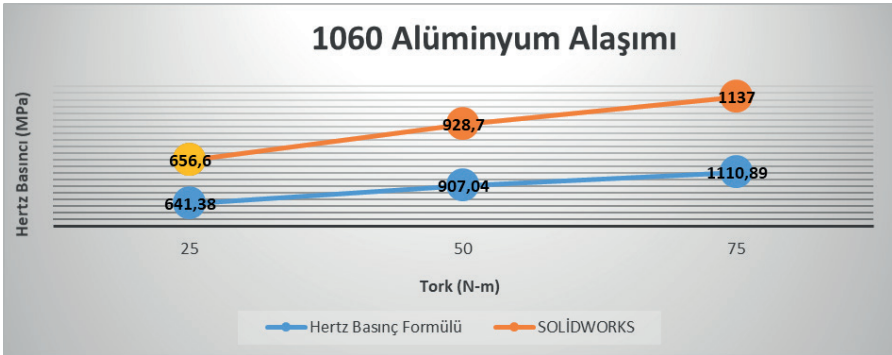
Burada dişli çark hesap ve uygulamalarında döndüren (Pinyon) ve sabit dişlilerin tasarım parametreleri özdeş seçilmiştir.

Yapılan bu örnek çalışmada, gerilme ve deformasyon özellikleri, sistemin tek dişli (noktasal temas) üzerinden yük aktarımı esas alınmıştır.



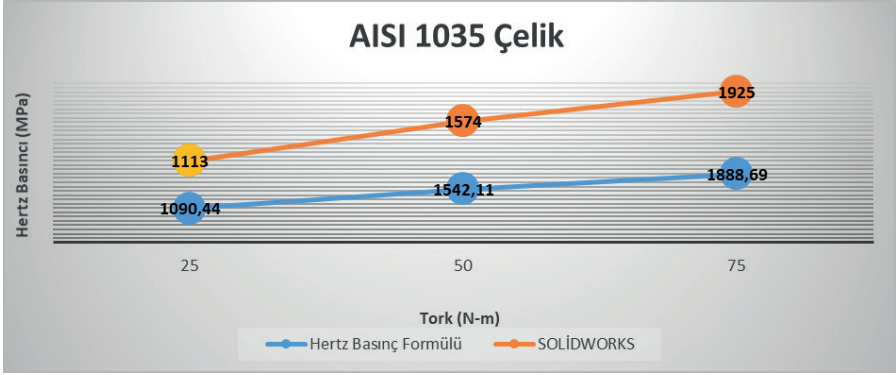
Şekil 11: Basıncı Değerleri - Tork Değişimi

Şekil 11’de Hertz basınç değerleriyle Solidworks’teki değerler mukayese edilmiş olup Gri Dökme Demirin 3 farklı Torktaki basınç değerleri grafiği verilmiştir.



Şekil 12 Basıncı Değerleri - Tork Değişimi

Şekil 12’de 1060 Alüminyum Alaşımının Hertz basınç değerleri ile Solidworks’teki değerlerin Tork ile değişim grafiği verilmiştir.



Şekil 13 Basıncı Değerleri - Tork Değişimi

Şekil 13'te AISI 1035 Çeliğinin Hertz basınç değerleriyle Solidworks'teki değerlerin mukayesesi yapılmıştır.

Şekil 11, Şekil 12 ve Şekil 13'teki dişli çark parametreleri kullanılarak yapılan değerlendirmelerde; uygulanan tork, yüzey basınçları üzerinde etkili olmaktadır. İletilen momentteki artış temas kuvvetini etkilemekte olup Hertz gerilmelerinde de artışa neden olmaktadır. Kullanılan malzemenin özelliklerine bağlı Elastisite Modülündeki değişim Hertz basıncını etkilemektedir. Basıncı açısının ve Poisson oranının, yüzey temas gerilmelerini (Hertzian stress) minimize edici bir etki oluşturmaktadır.

Dişli çark sisteminin birbiri üzerindeki basınç değerleri incelenmiş olup, 3 farklı malzeme esas alınarak Hertz basıncı ve Solidworks'te elde edilen sonuçların mukayesesi yapılmıştır. Burada diş kalınlığının artışı, temas basınçlarını ve elastik şekil değişimlerini minimize etmektedir. Diş kalınlığının artması dişli çarkın ve mekanik sistemin ağırlığını da etkilemekte olup, temas geometrisindeki küçülme, Hertz basıncı ve deformasyon değerlerinde artışa neden olmaktadır.

Gri Dökme Demir ve 1060 Alüminyum Alaşımından imal edilen dişli sistemlerindeki basınç ve deformasyon değerleri birbirine yakınken AISI 1035 Çeliğinden imal edilen dişli sisteminde daha yüksek değerler görülmektedir. Bunun nedeni çelikte kullanılan malzemelerin Elastisite modül değerinin yüksek olmasıdır. Endüstriyel uygulamalarda farklı metalürjik özelliklere sahip karbon bazlı alaşımlı çelik türlerinden yararlanılmaktadır.

Birim hacim başına düşen yüksek mukavemet performansı ve optimum temin maliyeti çeliği dişli mekanizmalarının vazgeçilmez bir bileşeni haline getirmektedir.

Dişli mekanizmalarında belirlenen geometrik değişkenlerin işletme koşulları, dişli çarkın dayanıklılığı üzerinde etkili olmaktadır. Dişli çarkların temas noktalarında oluşan Hertz basıncından kaynaklı yorulmaların zamanla nasıl ilerlediği ve mikro (kılcal) çatlaklıkların ardından daha büyük hasarlar oluşabilmektedir. Buna karşılık dişli çark seçiminde sistemin gücüne esas alan tasarım ve yüksek kaliteli malzeme seçimi, Hertz basıncının oluşturduğu olumsuzlukları minimize edecektir.

Aynı malzemelerle yapılacak olan Hertz ve Solidworks'te elde edilen gerilme değerlerinin dişli çarkın yorulma dayanımını nasıl etkileyeceği ayrı bir araştırma konusudur.

Kaynakça

- Akkurt M. (2005). P. D. AKYURT içinde, *Makine Elemanları Cilt 1-2* (s. 489-491). İstanbul: Birsen Yayın Evi.
- Bibel ve ark., G. D. (1994). Effects of rim thickness on spur gear bending stress. *Journal of Mechanical Design*, 1157-1162.
- Chacón ve ark., R. D. (2010). Analysis of stress due to contact between spur gears. *Advances in Computational Intelligence, Man-Machine Systems and Cybernetics*, (s. 216-220). Merida-Venezuela.
- Goss, G. L., & Hoepfner, D. W. (1974). Normal Load Effects in Fretting Fatigue of Titanium and Aluminum Alloys. G. & Goss içinde, *Wear* (s. 153-159). California: Rye Canyon Research Laboratory.
- Hassan, A. R. (2009). Contact Stress Analysis of Spur Gear. *World academy of Science, Engineering and*, 611-616.
- Kapelevich, A. L., & Shekhtman, Y. V. (2003). Direct Gear Design for Asymmetric Involute Gears. *Proceedings of the ASME Design Engineering Technical Conferences (DETC)* (s. 3). Baltimore, MD: Gear Technology.
- Zhao, F., & Maietta, D. (1992,). Stress analysis of gear contact using finite element methods. *Journal of Mechanical Design*, 474-479.

